



# **DLR-IB-FT-BS-2017-69**

**Risiko-minimale Bahnplanung für  
tieffliegenden unbemannten Fracht-  
transport**

**Interner Bericht**

Autor: Alexander Donkels



**DLR**

**Deutsches Zentrum  
für Luft- und Raumfahrt**



Masterarbeit  
**DLR-IB-FT-BS-2017/69**

**Risiko-minimale Bahnplanung für  
tieffliegenden unbemannten Frachttransport**

Alexander Donkels

Institut für Flugsystemtechnik  
Braunschweig

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.  
in der Helmholtz-Gemeinschaft  
Institut für Flugsystemtechnik  
Lilienthalplatz 7, D-38108 Braunschweig

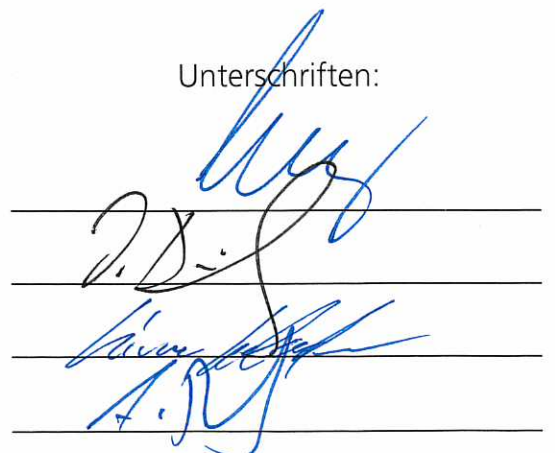
90 Seiten  
38 Bilder  
3 Tabellen  
35 Referenzen

**Stufe der Zugänglichkeit: I** (öffentlich zugänglich)

Braunschweig, März 2017

Unterschriften:

Institutsdirektor: Prof. Dr.-Ing. S. Levedag  
Abteilungsleiter: Jörg Dittrich, M.S.A.E.  
Betreuer: Simon Schopferer  
Verfasser: Alexander Donkels





Diese Arbeit wurde vorgelegt am Institut für Flugsystemdynamik

## **Masterarbeit**

# **Risiko-minimale Bahnplanung für tieffliegenden unbemannten Frachttransport**

Alexander Donkels, B. Sc.

MatrNr.: 301541

an der Fakultät für Maschinenwesen der  
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen  
durchgeführt am  
Institut für Flugsystemtechnik  
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt Braunschweig

Aachen, 06. März 2017

Betreuung:  
Prof. Dr.-Ing. Dieter Moormann  
Dipl.-Ing. Yavor Dobrev  
Dipl.-Ing. Simon Schopferer

## Eidesstattliche Versicherung

Donkels, Alexander  
Name, Vorname

301541  
Matrikelnummer (freiwillige Angabe)

Ich versichere hiermit an Eides Statt, dass ich die vorliegende ~~Arbeit/Bachelorarbeit/~~  
Masterarbeit\* mit dem Titel

### Risiko-minimale Bahnplanung für tieffliegenden unbemannten Frachttransport

selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe erbracht habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt. Für den Fall, dass die Arbeit zusätzlich auf einem Datenträger eingereicht wird, erkläre ich, dass die schriftliche und die elektronische Form vollständig übereinstimmen. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Braunschweig, 06.03.2017

Ort, Datum

\_\_\_\_\_  
Unterschrift

\*Nichtzutreffendes bitte streichen

### Belehrung:

#### § 156 StGB: Falsche Versicherung an Eides Statt

Wer vor einer zur Abnahme einer Versicherung an Eides Statt zuständigen Behörde eine solche Versicherung falsch abgibt oder unter Berufung auf eine solche Versicherung falsch aussagt, wird mit Freiheitsstrafe bis zu drei Jahren oder mit Geldstrafe bestraft.

#### § 161 StGB: Fahrlässiger Falscheid; fahrlässige falsche Versicherung an Eides Statt

(1) Wenn eine der in den §§ 154 bis 156 bezeichneten Handlungen aus Fahrlässigkeit begangen worden ist, so tritt Freiheitsstrafe bis zu einem Jahr oder Geldstrafe ein.

(2) Strafflosigkeit tritt ein, wenn der Täter die falsche Angabe rechtzeitig berichtigt. Die Vorschriften des § 158 Abs. 2 und 3 gelten entsprechend.

Die vorstehende Belehrung habe ich zur Kenntnis genommen:

Braunschweig, 06.03.2017  
Ort, Datum

\_\_\_\_\_  
Unterschrift

## Kurzfassung

Aktuelle, kommerziell getriebene Forschungsprojekte im Bereich autonom gesteuerter Luftfahrzeuge zeigen, dass solche Fluggeräte zukünftig, für den alltäglichen Transport von Waren, in der Nähe besiedelter Gebiete eingesetzt werden sollen. Um die Menschen und Infrastrukturen in diesen Gebieten zu schützen, müssen Sicherheitsvorkehrungen getroffen werden, wenn es zum Kontrollverlust des unbemannten Luftfahrzeuges kommt und ein Absturz des Systems droht. Diese Art der Gefährdung soll im Rahmen dieser Abschlussarbeit planerisch, durch die automatisierte Wahl eines risiko-minimalen Flugpfades, erreicht werden. Dazu wird ein Risiko-Kostenfunktional aufgestellt, das ein Risiko für vorgeplante Flugpfade abschätzt. Das Kostenfunktional kann anschließend in einen Planungsalgorithmus integriert und von diesem minimiert werden.

Zur Schaffung des Kostenfunktionals werden verschiedene Einflussfaktoren auf das Risiko identifiziert. Dazu gehört die Vorhersage möglicher Flugverläufe nach dem Kontrollverlust des Fluggerätes, für die verschiedene Methoden diskutiert werden und schließlich eine normalverteilte zeitdiskrete Zustandsprädiktion erarbeitet wird. Der damit ausgestattete Pfadplaner ist in der Lage, mit verschiedenen Windverhältnissen und Spezifikationen des betrachteten Luftfahrzeuges zu rechnen. Das Risiko wird für den konkreten Fall, in dem ein außer Kontrolle geratenes, unbemanntes Fluggerät mit Hilfe eines Rettungsfallschirms zu Boden gebracht werden soll, bestimmt. Zum Abschluss der Arbeit wird die Kostenfunktion im Planungsframework des Instituts für Flugsystemtechnik des DLR in Braunschweig eingesetzt und in einem realen Planungsszenario demonstriert.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>VI</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>VII</b>
<b>Symbol- und Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>VIII</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Überblick . . . . .	1
1.2. Forschung zu unbemannten Luftfahrzeugen am DLR . . . . .	3
1.3. Zertifizierung von unbemannten Luftfahrzeugen . . . . .	4
1.4. Ziel und Aufbau der Arbeit . . . . .	7
<b>2. Theorie</b>	<b>9</b>
2.1. Graphentheorie . . . . .	9
2.2. Verwendung von Graphen – Die Suche nach dem kürzesten Pfad . . . . .	10
2.2.1. Dijkstra Algorithmus . . . . .	11
2.2.2. A-Stern-Algorithmus . . . . .	12
2.3. Sampling Algorithmen . . . . .	13
2.4. Bewegungsplanung tieffliegender unbemannter Flugzeuge . . . . .	15
2.4.1. Einleitung . . . . .	15
2.4.2. Probabilistic Roadmap . . . . .	15
2.5. Grundlagen der Stochastik . . . . .	18
2.5.1. Mittelwert und Varianz . . . . .	18
2.5.2. Die Normalverteilung . . . . .	19
2.5.3. Normalverteilung - Die Unsicherheitsellipse . . . . .	22
<b>3. Stand der Technik</b>	<b>25</b>
3.1. Nutzung von Risikokarten . . . . .	25
3.2. Verknüpfung von Flugverläufen mit dem Schadenspotential . . . . .	27
3.2.1. Die Erreichbarkeitsmenge . . . . .	28
3.3. Pfadplanung mit dem MiPIEx-Modul . . . . .	31
3.3.1. Initialisierung des Pfadplaners . . . . .	31
3.3.2. Pfadsuche . . . . .	32
3.3.3. Pfadglättung . . . . .	33
<b>4. Risikoberechnung</b>	<b>34</b>
4.1. Konzept der Risikoberechnung . . . . .	35
4.1.1. Aufbau und Ablauf . . . . .	35
4.1.2. Die Risiko-Kostenfunktion . . . . .	36
4.2. Die verwendete Risikokarte . . . . .	38
4.3. Segmentierung des Flugpfades . . . . .	40



4.4. Berechnung des Landebereiches . . . . .	41
4.4.1. Auswahl einer zeiteffizienten Methode zur Berechnung der Erreichbarkeitsmenge . . . . .	41
4.4.2. Belief Space - Die normalverteilte zeitdiskrete Zustandsprädiktion	43
4.4.3. Art der Flugterminierung und Bewegungsgleichungen . . . . .	44
4.4.4. Berechnung des Landebereiches aus der Erreichbarkeitsmenge	49
4.4.5. Gewichtung des Schadenspotentials mit Hilfe des Landebereiches	51
4.4.6. Berechnung der Schadensauswirkung aus der Aufprallenergie .	53
4.5. Anpassung der Graphsuchheuristik an die Risikoberechnung . . . . .	54
4.6. Parameterschätzung . . . . .	55
4.6.1. Parameter des kinematischen Modells . . . . .	56
4.6.2. Optimierung der NZZP mithilfe einer Monte-Carlo-Studie . . . . .	56
<b>5. Auswertung der Ergebnisse</b>	<b>59</b>
5.1. Wirkung von Unsicherheiten und Störungen auf die Pfadplanung . . . . .	59
5.2. Wirkung der Risikoanteile . . . . .	61
5.3. Wirkung des Windes auf den Flugpfad . . . . .	63
5.4. Fehler der Trefferwahrscheinlichkeit . . . . .	65
5.5. Einfluss der Segmentlänge auf die Berechnungsdauer und -genauigkeit	67
5.6. Demonstration der risiko-minimalen Pfadplanung an einem realen Beispiel . . . . .	69
<b>6. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>72</b>
<b>Literatur</b>	<b>74</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>i</b>
A.1. Zahlenwerte der verwendeten Parameter . . . . .	i
A.2. Monte-Carlo-Simulation . . . . .	iii

# Tabellenverzeichnis

5.1. Variation der Risiko-Kostenfunktion . . . . .	61
A.1. Parameter nach konservativer Abschätzung . . . . .	i
A.2. Parameter nach optimistischer Abschätzung . . . . .	ii

# Abbildungsverzeichnis

1.1. DHL Paketkopter . . . . .	2
1.2. Unbemannte Fluggeräte des DLR . . . . .	3
1.3. Zertifizierungskategorien . . . . .	4
1.4. Holistisches Risikomodell . . . . .	6
2.1. Verschiedene Graphentypen . . . . .	9
2.2. Repräsentation von Verkehrswegen durch einen Graphen . . . . .	10
2.3. Verteilungsbeschreibungen . . . . .	14
2.4. Probabilistic Roadmap . . . . .	16
2.5. Verschiedene Dichtefunktionen der Normalverteilung . . . . .	20
2.6. Skalierung der Unsicherheitsellipse . . . . .	22
2.7. Unsicherheitsellipse mit geom. Größen . . . . .	24
3.1. Überblick über verschiedene Schadenspotentialkarten . . . . .	26
3.2. <i>funnel</i> und Flugwegplanung mit <i>funneln</i> . . . . .	29
4.1. Visualisierung der Risikoberechnung . . . . .	34
4.2. Prozessdiagramm Graphengenerierung . . . . .	35
4.3. Die verschiedenen Risikoanteile . . . . .	36
4.4. Aufbau der Datenbank . . . . .	38
4.5. Konvertierung der Landnutzungskarte zur Risikokarte . . . . .	39
4.6. Empirische Risikoklassifizierung . . . . .	39
4.7. Segmentierung des Flugpfades . . . . .	41
4.8. Kinematik des UAV am Fallschirm . . . . .	47
4.9. Landewahrscheinlichkeit . . . . .	50
4.10. Trefferwahrscheinlichkeit für ein Risikopolygon . . . . .	52
4.11. Verschiedene Verläufe der Letalitätswahrscheinlichkeit . . . . .	54
4.12. Vergleich Normalverteilung Gleichverteilung . . . . .	56
4.13. Streudiagramme der Monte-Carlo-Studie . . . . .	58
4.14. Trajektorienbeispiele aus der Monte-Carlo-Studie . . . . .	58
5.1. Wirkung der Unsicherheit auf den Flugpfad . . . . .	60
5.2. Planungseinflüsse der Risikoanteile . . . . .	62
5.3. Wirkung des Windes auf den Flugpfad . . . . .	64
5.4. Untersuchungsschema der Trefferwahrscheinlichkeit . . . . .	66
5.5. Relativer Fehler der Trefferwahrscheinlichkeit . . . . .	67
5.6. Szenario zur Bestimmung des Segmenteinflusses . . . . .	67
5.7. Laufzeitverlauf über der Segmentlänge . . . . .	69
5.8. Berechnetes Risiko über der Segmentlänge . . . . .	69
5.9. Planungsszenario Tegernsee Draufsicht . . . . .	70
5.10. Planungsszenario Tegernsee Seitenansicht . . . . .	70
A.1. Prozessdiagramm der Monte-Carlo-Studie . . . . .	iii

# Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

## Abkürzungen

ALAADy	<i>Automated Low Altitude Air Delivery</i>
ARTIS	<i>Autonomous Rotorcraft Testbed for Intelligent Systems</i>
CAPS	<i>Cirrus Airframe Parachute System</i>
CDF	<i>Cumulative Distribution Function</i>
EASA	<i>European Aviation Safety Agency</i>
EKF	<i>Extended Kalman Filter</i>
EUROCAE	<i>European Organization for Civil Aviation Equipment</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
JARUS	<i>Joint Authorities for Rulemaking on Unmanned Systems</i>
LQR	<i>Linear-quadratischer Regler</i>
MAABB	<i>Minimum Axis Aligned Bounding Box</i>
MDP	<i>Markov Decision Process</i>
MiPIEx	<i>Mission Planning and Execution</i>
NZZP	<i>Normalverteilte zeitdiskrete Zustandsprädiktion</i>
POMDP	<i>Partially Observable Markov Decision Process</i>
QGIS	<i>Quantum Geographic Information System</i>
SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i>
SORA	<i>Specific Operations Risk Assessment</i>
SQL	<i>Structured Query Language</i>
UAV, UAS	<i>Unmanned Aerial Vehicle, Unmanned Aircraft System</i>

## Lateinische Symbole

$A$	Startpunkt, Agent, Fläche [ $m^2$ ]
$b$	Windschwankung
$B$	Zielpunkt
$c$	Luftwiderstandskoeffizient
$C$	Konfigurationsraum, Kostenfunktion
$D$	Sampling-Dichte [ $m^3$ ]
$D_{Exp}$	Erwartete Sampling-Dichte [ $m^3$ ]
$e$	Kante, Fehler
$E$	Erwartungswert, Menge aller Kanten
$E_{kin}$	Kinetische Energie [ $J$ ]
$ELEV$	Geländehöhe [ $m$ ]
$er.f$	Fehlerfunktion
$f$	Funktion, Kante
$F$	Jacobimatrix der Zustandsgleichung
$g$	Knotenpotential, Gravitationskonstante [ $\frac{m}{s^2}$ ]
$G$	Graph, Gewichtskraft [ $N$ ]
$h$	Heuristikfunktion, laterale Segmentabweichung [ $m$ ]
$i, j$	Kante
$k$	Skalierungsfaktor
$Kor$	Korrelation
$Kov$	Kovarianz
$L$	Segmentlänge [ $m$ ]
$m$	Masse [ $kg$ ]
$n$	Stichprobenumfang
$N$	Anzahl Samples
$O$	Hindernis
$p$	Wahrscheinlichkeitsdichte, Punkt
$p_S$	Schutzparameter
$P$	Wahrscheinlichkeit, Samplingpunkt, Kovarianzmatrix
$P_{CF}$	Wahrscheinlichkeit für kritischen Fehler
$P_{Land}$	Landewahrscheinlichkeit
$P_{Treffer, LB}$	Trefferwahrscheinlichkeit für Landebereich
$q$	Konfiguration

$Q$	Kovarianzmatrix der Störungen
$R$	Risiko
$s$	Schadensgewicht
$S$	Sample, räumliche Risikokomponente, Referenzfläche [ $m^2$ ], Flächenschwerpunkt
$t, T$	Zeit [s]
$u$	Knoten
$v$	Knoten, Eigenvektor
$V$	Menge aller Knoten, Volumen [ $m^3$ ], Geschwindigkeit [ $\frac{m}{s}$ ]
$Var$	Varianz
$W$	Welt
$x$	kartesische Koordinate [ $m$ ], Zufallsvariable, Zustandsvektor
$y$	kartesische Koordinate [ $m$ ], Zufallsvariable
$z$	kartesische Koordinate [ $m$ ], Zufallsvariable, Störungen
$Z$	Jacobimatrix der Störungen

## Griechische Symbole

$\alpha$	kin. Energie für 50 % Letalitätsrate [ $J$ ]
$\beta$	kin. Energie für tödl. Verletzung ungeschützter Personen [ $J$ ]
$\gamma$	(Flugbahn-) Neigungswinkel [ $rad$ ]
$\delta$	Faktor für horizontale Windschwankungen
$\Delta$	Differenz, Schrittweite
$\epsilon$	Faktor für vertikale Windschwankungen
$\vartheta$	Drehung der Ellipse [ $rad$ ]
$\eta, \xi$	Achsen im gedrehten Koordinatensystem
$\lambda$	Eigenwert
$\mu$	Mittelwert
$\rho$	Luftsdichte [ $\frac{m^3}{kg}$ ]
$\phi$	Hängewinkel [ $rad$ ]
$\sigma$	Standardabweichung
$\chi$	Bahnazimut [ $rad$ ]

## Indizes

$A$	Aerodynamisches Koordinatensystem
$eval$	evaluierter Wert
$Expl$	Exploriert
$from$	Ausgangswert
$LB$	Landebereich
$K$	Bahnfestes Koordinatensystem
$max$	maximaler Wert
$min$	minimaler Wert
$P$	Punkt
$Para$	Fallschirm
$rel$	relativ
$to$	nächster Wert
$W$	Wind
$Ziel$	Zielzustand, Zielkoordinate
$0$	Anfangswert

## Sonstige Symbole

$\mathcal{L}$	Wahrscheinlichkeitsdichte Landebereich
$\mathcal{N}$	Normalverteilung

# 1. Einleitung

## 1.1. Überblick

Der wichtigste Entwickler und Betreiber unbemannter Fluggeräte, auch abgekürzt als UAV<sup>1</sup> oder UAS<sup>2</sup> bezeichnet, war lange Zeit das Militär, das diese Systeme zunächst als Übungsziele und später als Waffenträger einsetzte. Aufgrund der kostspieligen Technologien und fehlender Anwendungsmöglichkeiten, waren UAVs wirtschaftlich uninteressant und wurden daher im zivilen Bereich kaum genutzt. Ihre Erprobung und Verwendung fand aus Sicherheitsgründen immer in großer Entfernung zu bewohnten Gebieten statt, so dass Personen am Boden nicht gefährdet wurden. Krisen- und Kriegsgebiete bildeten jedoch eine Ausnahme, da die Bedrohung durch ein außer Kontrolle geratenes Fluggerät als wesentlich geringer eingeschätzt wird, als die Bedrohung durch den Konflikt selbst.

Erst in den letzten Jahrzehnten sind die Kosten für die Technologien zum Bau und Betrieb von unbemannten Fluggeräten derart gesunken, dass sie zunächst in der zivilen Forschung und Entwicklung eingesetzt wurden und seit einigen Jahren in Form von Massenwaren geringer Größe, wie zum Beispiel Freizeitartikeln, Einzug in zahlreiche Privathaushalte gehalten haben. Ermöglicht wird dies durch die inzwischen massenhafte und damit kosteneffizientere Herstellung der benötigten Bauteile, was aber auch eine Abnahme der Bauteilqualität zur Folge hat. Inzwischen werden UAVs auch gewerblich genutzt, beispielsweise zur Erstellung von Filmaufnahmen aus der Luft oder zur Vermessung. Die Vielseitigkeit und Benutzerfreundlichkeit werden immer weiter verbessert, so dass sich immer mehr Anwendungsfälle für diese Geräte ergeben. Ein Beispiel dafür ist die am Institut für Flugsystemdynamik (FSD) der RWTH-Aachen, in Zusammenarbeit mit dem Transportdienstleister DHL, entwickelte Paketauslieferdrohne (siehe Abbildung 1.1). Dieses Projekt zeigt, dass sich UAVs zu einer Konkurrenz zu den etablierten Transportsystemen entwickeln könnten.

Auf der anderen Seite häufen sich durch die massenhafte Nutzung dieser Fluggeräte die Zwischenfälle, bei denen Menschen durch deren leichtsinnigen Gebrauch gefährdet werden. Dazu zählen vor allem gefährliche Eingriffe in den Flugverkehr und der Betrieb dieser Geräte in der Nähe größerer Menschenmengen. Sachbeschädigungen und Verletzungen unbeteiligter Personen am Boden sind aber nicht nur die Folge unsachgemäßer Benutzung, sondern auch dem Umstand geschuldet, dass UAVs nicht die Sicherheitsstandards bemannter Fluggeräte erfüllen.

---

<sup>1</sup> *Unmanned Aerial Vehicle*

<sup>2</sup> *Unmanned Aerial System*





Abbildung 1.1.: Das UAV als Postbote: Paketliefersysteme, wie der DHL Paketkopter, stellen eine zukünftige Anwendungsmöglichkeit für unbemannte Systeme dar. Das Bild stammt aus dem DHL-Demonstrationsvideo, veröffentlicht am 16.05.2016.

Diese Vorfälle zeigen, dass sich bisher noch kein allgemeines Risiko- oder Gefahrenbewusstsein für den zivilen Betrieb unbemannter Fluggeräte etabliert hat und es bisher an Regularien, die explizit die Nutzung von UAVs festlegen, fehlt. „Je mehr Drohnen aufsteigen, desto größer wird die Gefahr von Kollisionen, Abstürzen oder Unfällen. Für die Nutzung sind deshalb klare Regeln nötig“, sagte der Bundesverkehrsminister Alexander Dobrindt im September 2016<sup>3</sup> und hatte dabei vor allem die Nutzung von unbemannten Kleinstfluggeräten, mit wenigen Kilogramm Abfluggewicht, im Sinn.

Die in vielen Fachbereichen geführte Diskussion über die Sicherheit von unbemannten Fluggeräten und das große Interesse an technischen Weiterentwicklungen zeigen, dass diese nicht einfach wegen Sicherheitsbedenken aus der Gesellschaft verbannt werden können, sondern ein Kompromiss aus sinnvollen Anwendungsmöglichkeiten und einem kalkulierbaren Risiko für die Bevölkerung gefunden werden muss. Ein solcher Kompromiss erfordert neue Regularien und Zertifizierungsmöglichkeiten, auch für größere unbemannte Fluggeräte, die nachfolgend kurz vorgestellt werden sollen. Ein wichtiges Element dieser Regularien ist die Einschätzung und Minimierung von Risiken für bestimmte Betriebsszenarien von unbemannten Luftfahrzeugen.

Durch die Berücksichtigung und Vermeidung von Risiken bei der Planung von Flugpfaden kann ein wichtiger Beitrag zur Erfüllung solcher Regularien geleistet werden. Deshalb wird in dieser Masterarbeit ein Ansatz vorgestellt, der die Gefährdung der Umwelt durch den Betrieb eines UAVs, bei dessen Flugwegplanung berücksichtigt. Dies geschieht durch die Schaffung und Integration eines neuen Gütefunktionalis in einen bestehenden Planungsalgorithmus. Das Ergebnis ist die risiko-minimale Bahnplanung, die abhängig von den zugrundeliegenden Annahmen zum Gefahrenpotential eines UAVs bzw. den Anforderungen an deren Sicherheit, das Betriebsrisiko auf ein Minimum reduzieren kann.

<sup>3</sup>Aus einer Meldung aus DER SPIEGEL, Ausgabe 40/2016

## 1.2. Forschung zu unbemannten Luftfahrzeugen am DLR

Das Institut für Flugsystemtechnik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) beschäftigt sich mit der Bewegungs- bzw. Missionsplanung, der Umgebungswahrnehmung, sowie der Regelung autonomer Flugsysteme. Zur Forschung unter realen Bedingungen, zur Demonstration und zur Erprobung von Software und Hardware, stehen mehrere unbemannte Fluggeräte, auch in Form von Simulationsmodellen, zur Verfügung.



Abbildung 1.2.: Unbemannte Fluggeräte des DLR: Prometheus (links) und ARTIS<sup>4</sup>(rechts)

Die Planung und Ausführung von Flugmissionen wird in der höheren Flugführungsebene vom institutseigenen MiPIEx-Framework<sup>5</sup> durchgeführt. Dieses Framework wird ständig weiterentwickelt und ist in der Lage, umfangreiche Planungsaufgaben, wie die Erstellung und Anpassung von zeit- oder längenoptimalen Routen durch hindernisreiche Umgebungen, zu lösen [NSA13].

Ein Beispiel für ein aktuelles DLR-Projekt, das sich unter anderem mit Kalkulierbarkeit und Minimierung des Risikos für den unbemannten Flugbetrieb beschäftigt, ist ALAADy<sup>6</sup>. Ein Ziel dieses Projektes ist die Anhebung des Sicherheitsniveaus von unbemannten Fluggeräten, indem die Verlässlichkeit der autonom arbeitenden Systeme an Bord unbemannter Luftfahrzeuge gesteigert und zudem eine geeignete Einschränkung des Flugbetriebs gefunden wird. Letzteres meint beispielsweise die Wahl einer geringen Flughöhe oder das Umfliegen von dicht besiedelten Gebieten, wodurch die Gefährdung seitens des UAVs minimiert werden kann.

<sup>4</sup> *Autonomous Rotorcraft Testbed for Intelligent Systems*

<sup>5</sup> *Mission Planning and Execution*

<sup>6</sup> *Automated Low Altitude Air Delivery* - Automatisierter Lufttransport in geringer Flughöhe

### 1.3. Zertifizierung von unbemannten Luftfahrzeugen

Für die Zertifizierung von unbemannten Luftfahrzeugen plant die europäische Flugsicherheitsbehörde EASA<sup>7</sup> die Einführung von drei Kategorien (siehe Abbildung 1.3). Bereits angewandte Regelungen werden unter den Begriffen „offen“ und „zertifiziert“ neu zusammengefasst und nachfolgend kurz erläutert.

Die Kategorie „offen“ ist der Verzicht auf eine Zertifizierung und erfordert die Beschränkung der kinetischen Energie des Fluggerätes. Dadurch werden nennenswerte Schäden durch außer Kontrolle geratene Geräte, rein physikalisch ausgeschlossen. Die Folge sind Limitierungen auf sehr geringe Abfluggewichte und geringe Antriebsleistungen. Die Mitführung von Nutzlast ist dadurch extrem eingeschränkt. Zudem existiert, zur weiteren Erhöhung der Sicherheit, eine strenge Beschränkung des Operationsbereiches: Fluggeräte dieser Kategorie dürfen nur in der Sichtweite ihres Operators und in großer Entfernung zu Verkehrswegen und Gebäuden jeglicher Art betrieben werden [Eur16]. Dies steht der Weiterentwicklung von UAVs zu vollständig autonom operierenden Systemen sehr im Wege, ebenso die starke Limitierung der Nutzlast, die den Nutzen solcher Systeme in Frage stellt.

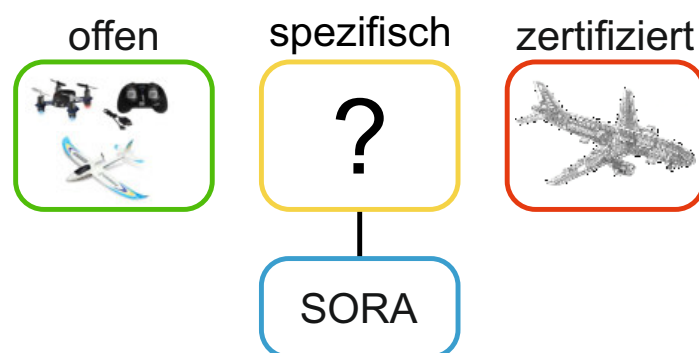


Abbildung 1.3.: Die drei Zertifizierungskategorien

Die Kategorie „zertifiziert“ ist die vollständige Zertifizierung des UAV nach den Vorschriften, die auch für bemannte Luftfahrzeuge gelten [Eur16]. In dieser Kategorie existieren keine mit der offenen Kategorie vergleichbaren, sicherheitsrelevanten Limitierungen oder operationelle Beschränkungen, jedoch sind die Sicherheitsanforderungen, die zum Schutz der Passagiere an Bord eingeführt wurden, sehr hoch. Die Erfüllung dieser Anforderungen ist im Allgemeinen sehr kostspielig, da qualitativ hochwertige Bauteile und Sicherheitseinrichtungen verbaut, aufwendig getestet und gewartet werden müssen. Der wirtschaftliche Vorteil in der Anschaffung und im Betrieb von unbemannten Fluggeräten wird dadurch zunichtegemacht.

Da die Insassen von bemannten Luftfahrzeugen in möglichen Fehlerfällen immer zuerst gefährdet sind, ist der Schutz von Personen am Boden oder in anderen Luftfahr-

<sup>7</sup> European Aviation Safety Agency

zeugen von geringer Bedeutung. Ganz im Gegenteil: Die Passagiersicherheit impliziert die Sicherheit für alle Personen außerhalb des Luftfahrzeugs. Für unbemannte Fluggeräte ergibt sich daher eine neue Situation. Ein außer Kontrolle geratenes Fluggerät führt nur dann zu Schäden, wenn es mit einem anderen Luftfahrzeug kollidiert oder an einer entsprechenden Stelle auf dem Erdboden aufschlägt. Dies zeigt, dass die Bedrohung, die von einem UAV ausgeht, durch eine geeignete Wahl des Flugweges, stark vermindert werden kann. Insbesondere die Beschränkung der Operationshöhe auf den bodennahen Bereich bietet die Möglichkeit, das Risiko einer Kollision mit anderen Luftfahrzeugen zu verringern. Die Inkaufnahme des Total- oder Teilverlustes des Fluggerätes, zum Schutz unbeteiligter Personen, ist eine Option, die sich bemannten Flugzeugen nicht bietet. Diese Umstände eröffnen neue Möglichkeiten, den Betrieb von größeren unbemannten Fluggeräten, auch außerhalb der Sichtweite des Operators, unter gewissen Spezifikationen trotz Sicherheitsbedenken zu erlauben. Die Gestalt dieser Spezifikationen wird derzeit in Zusammenarbeit mit den nationalen Luftfahrtbehörden verschiedener Länder und führenden Forschungszentren, auch außerhalb von Europa, erarbeitet. Denkbar sind beispielsweise ein exakt vorgegebener Flugpfad oder auch Limitierungen von Geschwindigkeit und Beschleunigung. Den Rahmen für diese Art der Zertifizierung soll eine neue Kategorie mit der Bezeichnung „spezifisch“ bilden, die eine Brücke zwischen den bereits etablierten Zertifizierungsmethoden schlägt.

Die eigentliche Abwägung, ob ein geplantes Flugvorhaben sicher durchgeführt werden kann, wird im sogenannten *Specific Operations Risk Assessment* (kurz: SORA) realisiert. Diese Bewertungsmethode wurde von der JARUS<sup>8</sup>, einem interdisziplinären und internationalen Expertengremium entwickelt und erlaubt die Evaluation und sicherheitstechnische Einordnung eines Flugvorhabens. Zudem bietet SORA Begriffsdefinitionen zur Risikobewertung an, welche aufgrund ihrer hohen Aktualität im Rahmen dieser Arbeit, zum besseren Verständnis in vereinfachter Form, Verwendung finden. Die wichtigsten Definitionen aus SORA werden im Folgenden kurz vorgestellt.

### Definitionen aus dem Specific Operations Risk Assessment

In Einklang mit den bereits existierenden Definitionen der SAE<sup>9</sup> bzw. EUROCAE<sup>10</sup> definiert SORA das Risiko wie folgt:

**Definition 1.1.** *Die Kombination der Wahrscheinlichkeit bzw. Frequentierung von Vorfällen geringer zeitlicher Dauer und des damit verbundenen Schweregrades heißt Risiko. Die Einheit des Risikos sei die Anzahl von Vorfällen mit tödlichem Ausgang, bezogen auf ein definiertes Zeitintervall bzw. die Anzahl von Flugoperationen (z.B. tödliche Unfälle pro Flugstunde oder tödliche Unfälle pro Flug).<sup>11</sup>*

Unter dem Oberbegriff des Vorfalls (engl. *occurrence*) werden alle technischen und operationellen Störungen des Flugbetriebs verstanden. Sie werden nach dem Schweregrad ihrer Auswirkungen, vom Vorfall ohne erkennbare Folgen bis zum Vorfall mit tödlichem Ausgang, gestaffelt. Ein tödlicher Vorfall lässt sich eindeutig definieren, ist

<sup>8</sup> Joint Authorities for Rulemaking on Unmanned Systems

<sup>9</sup> Society of Automotive Engineers

<sup>10</sup> European Organization for Civil Aviation Equipment

<sup>11</sup> Siehe SAE ARP 4754A bzw. EUROCAE ED-79A

daher international bestens vergleichbar und in der Regel statistisch gut erfasst, weshalb er sich sehr zur Definierung des Risikos eignet.

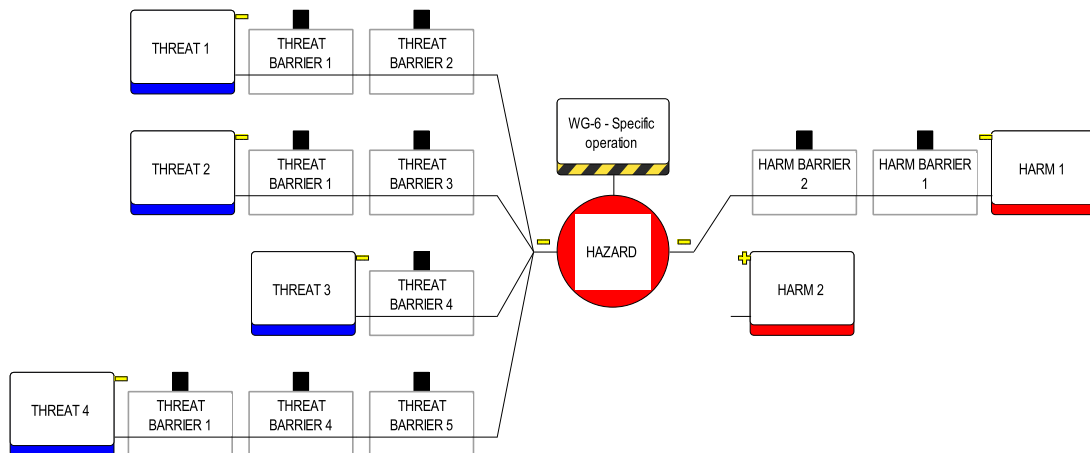


Abbildung 1.4.: Das holistische Risikomodell aus [Joi16]

Des Weiteren soll gelten:

**Definition 1.2.** Ein Vorfall, der sich zu einer Gefahr oder Gefährdung (engl. *hazard*) entwickeln kann, wird auch als Gefahrenquelle (engl. *threat*) bezeichnet. [Joi16]

Typische Gefahrenquellen sind zum Beispiel: Technische oder menschliche Fehler oder auch ungünstige Operationsbedingungen. Für die Auswirkungen eines zur Gefahr entwickelten Vorfalls gilt die folgende Definition:

**Definition 1.3.** Die Konsequenzen eines Vorfalls werden als Schaden (engl. *harm*), im Sinne von Beschädigungen kritischer Infrastruktur oder tödlichen Verletzungen von Drittbeteiligten am Boden oder in der Luft, bezeichnet. [Joi16]

Der Zusammenhang zwischen Gefahrenquellen, Gefahren und Schäden wird als Modell in Abbildung 1.4 verdeutlicht. Ein Modell, das alle möglichen Fehlerquellen und alle daraus entstehenden Gefahren in Beziehung zu potentiellen Schäden setzt, wird auch als holistisches (ganzheitliches) Modell bezeichnet. Zur Kontrolle der Gefahrenquellen werden Barrieren (engl. *threat barriers*) eingesetzt. Sie sollen zum einen die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Gefahrenquellen verringern und zum anderen die Auswirkungen einer Gefahrenquelle durch technische oder operationelle Maßnahmen vermindern. Durchschreitet eine Gefahrenquelle diese Barrieren, wird daraus eine Gefahr, z.B. der Kontrollverlust des Luftfahrzeugs. Eine Gefahr führt dann zu einem Schaden, wenn sie alle Schadensbarrieren (engl. *harm barriers*) überwindet. Schadensbarrieren beeinflussen die Wahrscheinlichkeit, dass eine Gefahr zu einem Schaden führt, und/oder den Schweregrad des Schadens [Joi16]. Das Fliegen über unbewohntem Gelände stellt in diesem Modell zum Beispiel eine Schadensbarriere dar.

## 1.4. Ziel und Aufbau der Arbeit

Die anhaltende öffentliche Diskussion über die Sicherheit unbemannter Luftfahrzeuge und die zahlreichen Aktivitäten der Regulierungsbehörden, zur Schaffung geeigneter Bestimmungen zum Betrieb dieser Systeme, machen die Risikobewertung, und damit verbunden die Risikominimierung des Flugbetriebs, zu einem aktuellen Thema. Wie bereits mehrfach erwähnt wurde, hat die Wahl der Flugroute einen starken Einfluss auf das Gefährdungspotential eines UAV. Deshalb ist es das Ziel dieser Arbeit, eine Kostenfunktion zur Schätzung des Risikos einer vorberechneten Trajektorie zu erarbeiten. Die entwickelte Funktion wird anschließend in das bestehende MiPIEx-Framework integriert, so dass ihr Beitrag zur Planung risiko-minimaler Flugrouten vor Antritt des Fluges überprüft werden kann. Die hohe Dynamik anderer Flugzeugbewegungen, insbesondere die Bewegungen von kleineren Luftsportgeräten und Flugzeugen ohne aufgegebenen Flugplan, schließen a priori Berechnungen zur Kollisionsvermeidung weitgehend aus. Das Kollisionsrisiko wird planerisch dadurch vermindert, dass Flugrouten ausschließlich bis zu einer maximalen Höhe von 150 Metern über Grund geplant werden. Somit wird im Rahmen dieser Arbeit nur das Bodenrisiko betrachtet.

Die eigentliche Risikobewertung geschieht durch die Verknüpfung von, in der ersten Stufe der Pfadplanung generierten, Flugbahnsegmenten mit einer vorhandenen bodenrisiko-klassifizierten Karte. Diese Verknüpfung besteht in der Klärung der Fragestellung, wo ein Fluggerät auf dem Boden aufschlagen könnte, wenn an einer bestimmten Position entlang seiner Flugroute, eine schwerwiegende Fehlfunktion auftritt und welchen Schaden es dort anrichtet. Wichtige Einflüsse auf den Flugverlauf, wie zum Beispiel die Windrichtung und -stärke, sowie Unsicherheiten in Position, Flugrichtung und -geschwindigkeit entlang der Flugbahnen, sind vorab nicht exakt bekannt. Dieser Umstand muss bei der Risikoberechnung berücksichtigt werden.

Da das Planungsframework nicht auf ein bestimmtes Fluggerät festgelegt ist, muss die hier entwickelte Methode weitgehend unabhängig vom jeweils betrachteten System sein. Zur Veranschaulichung soll das Luftfahrzeug Prometheus (siehe Abbildung 1.2 links) als Beispiel dienen.

Die meisten Aufgaben, die von unbemannten Luftfahrzeugen bewältigt werden müssen, unterliegen einer zeitlichen Limitierung. Insbesondere bei ihrer Verwendung als Transportmittel, ist die Zeitersparnis gegenüber den Transportmitteln auf dem Landweg ein gewichtiger Vorteil. Deshalb muss die Planung von Flugrouten möglichst schnell durchgeführt werden können. Die Nutzung der Risikoberechnung zur Pfadplanung soll diese Laufzeitanforderung daher nicht verletzen. Für einen eventuellen Einsatz der Risikoberechnung in der Pfadplanung während des Fluges, wären sogar extrem kurze Rechenzeiten wünschenswert.

Es ergibt sich folgender Aufbau der Arbeit: Im nachfolgenden Kapitel 2 werden wichtige Grundlagen zum Verständnis des MiPIEx-Frameworks und die nötigen Kenntnisse für die Rechnung mit Wahrscheinlichkeiten, die Teil jeder Risikoanalyse sind, vertieft. In Kapitel 3 wird der aktuelle Stand der Technik anhand der Methoden ausgewählter vergleichbarer Arbeiten zur Risikoberechnung und Arbeiten zur Vorhersage

von Flugverläufen vorgestellt. Dabei werden die Methoden auf ihre Anwendbarkeit für die risiko-minimale Bahnplanung untersucht. Das Kapitel wird mit der Beschreibung des MiPIEx-Frameworks, in das die Risikorechnung integriert werden soll, abgeschlossen. Darauf folgt in Kapitel 4 die Vorstellung der Methode zur Risikoberechnung, die im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurde. Anschließend werden die Parameter der Berechnungsmethode mithilfe einer Monte-Carlo-Simulation geschätzt, sodass im nachfolgenden Kapitel 5 eine Auswertung der Ergebnisse, anhand einiger Beispielszenarien vorgenommen werden kann. Zum Abschluss wird die Anwendung der Methode im Rahmen einer realistischeren Aufgabe demonstriert. Schließlich enthält Kapitel 6 eine Zusammenfassung über die gewonnenen Erkenntnisse und einen Ausblick auf nachfolgende Arbeitsschritte.

## 2. Theorie

### 2.1. Graphentheorie

Ein Graph  $G = (V, E)$  ist eine Struktur, die eine Sammlung  $V$  von Knoten und die Sammlung  $E$  aller Verbindungen zwischen diesen Knoten, als Kanten bezeichnet, enthält. Eine Kante  $e \in E$  verbindet zwei Knoten  $u$  und  $v$  ( $u, v \in V$ ) miteinander:  $e(u, v)$ . Man unterscheidet gerichtete Graphen mit gerichteten Kanten von ungerichteten Graphen mit entsprechend ungerichteten Kanten. Der Unterschied besteht darin, dass eine ungerichtete Kante in beide Richtungen und eine gerichtete Kante nur in eine Richtung beschriftet werden kann. Im Folgenden soll nur der gerichtete Graph behandelt werden.

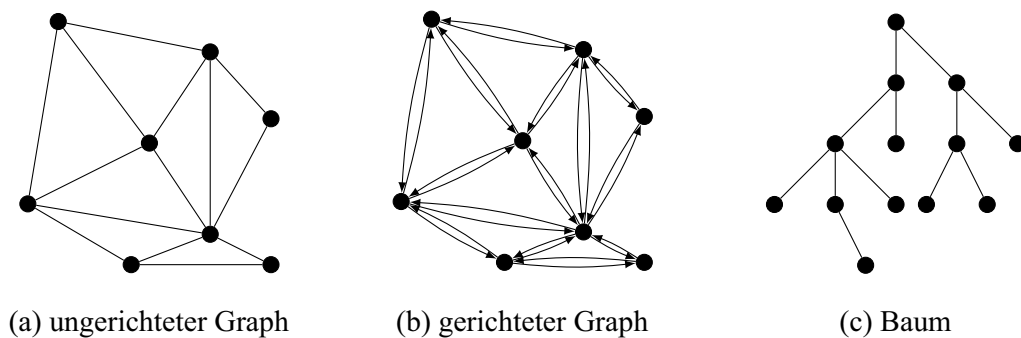


Abbildung 2.1.: Verschiedene Graphentypen zur Darstellung von Objekten und ihren Verknüpfungen zueinander.

Ist  $e(u, v)$  eine gerichtete Kante, so repräsentiert  $u$  den Startknoten der Kante und  $v$  den Zielknoten. Eine Kante  $e(u, u)$ , deren Startknoten gleich dem Zielknoten ist, wird als Schleife bezeichnet. Zwei Kanten  $e(u, v)$  und  $f(u, v)$ , die zwei gleiche Knoten miteinander verbinden, sind parallel, während entgegengesetzte Kanten  $i(u, v)$  und  $j(v, u)$ , als antiparallel bezeichnet werden. Ein Graph heißt „schlicht“, wenn er weder Schleifen, noch parallele Kanten enthält und ist „vollständig“, wenn jeder Knoten mit allen anderen Knoten, über eine Kante, verbunden ist [Wag70]. Ein Knoten  $u$  kann durch mehrere gerichtete Kanten mit anderen Knoten verbunden sein. Diese Knoten werden auch als Nachbarn von  $u$  bezeichnet. Die Verbindungs- bzw. Nachbarschaftsbeziehungen der Knoten können zum Beispiel als Adjazenzmatrix gespeichert werden, so dass diese Informationen leichter abrufbar sind.



## 2.2. Verwendung von Graphen – Die Suche nach dem kürzesten Pfad

Die Aufgabe, den zeitlich oder räumlich kürzesten Weg von einem Startpunkt  $A$  zu einem Zielpunkt  $B$  über eine begrenzte Anzahl an Wegen zu finden, stellt sich jedem, der ein Automobil oder Fahrrad zum Zwecke des schnellen Vorankommens nutzt. Was auf kurzen Strecken intuitiv geschieht, wird auf längeren und/oder unbekannten Strecken von modernen Navigationsgeräten übernommen. Ihre Funktionsweise soll als Erklärungsbeispiel für die automatisierte Suche nach dem kürzesten Pfad durch einen sogenannten Graphsuchalgorithmus dienen. Ein Pfad, der in der Graphentheorie auch als Kantenzug oder Kantenfolge bezeichnet wird, ist eine Folge von Knoten, die jeweils mit einer Kante untereinander verbunden sind. Er wird dadurch repräsentiert, dass jeder Knoten entlang des Pfades, eine Information zu seinem Vorgängerknoten enthält. Somit kann der Pfad, ausgehend vom Zielknoten, bis zum Startknoten nachvollzogen werden.



Abbildung 2.2.: Die Verkehrswege im Innenstadtbereich einer Kleinstadt können durch einen Graphen repräsentiert werden. Kreuzungen bilden die Knoten, die durch Einbahnstraßen, oder beidseitig befahrbare Straßen und Wege verbunden sind.

Die Grundlage für die Graphensuche bildet ein gerichteter, überwiegend schlichter Graph, der im Beispiel das Straßensystem (engl. *roadmap*) einer Region repräsentiert. Darin sind Straßenkreuzungen und Auf- bzw. Abfahrten die Knoten und die Straßen die Kanten, die diese Knoten miteinander verbinden (siehe Abbildung 2.2). Ein gerichteter Graph ist deshalb nötig, weil zum Beispiel Einbahnstraßen das Befahren nur in eine Richtung erlauben. Als Startknoten dient der Ort, an dem die Planungsaufgabe begonnen wird und als Zielknoten beispielsweise eine Zieladresse oder Straßenkreuzung. Damit eine Planung möglich wird, müssen beide Knoten über mindestens eine Kante mit dem Rest des Graphen verbunden sein.

Damit der Graph für eine Planungsaufgabe genutzt werden kann, muss er um eine weitere Information, zu einem sogenannten gewichteten Graphen, ergänzt werden: Die Gewichtungsfunktion oder auch Kostenfunktion  $C(e)$  einer Kante  $e$ . Sie repräsentiert den Aufwand, der betrieben werden muss, um von einem Knoten zum nächsten Knoten zu gelangen. In der Planungsaufgabe im Beispiel bietet sich hier die zu fahrende Wegstrecke zwischen zwei Knoten an, oder die dafür nötige Zeit. Klassischerweise verwenden Navigationsgeräte Letztere, damit auch Phänomene wie Staus, die den zeitlichen Aufwand ändern, aber nicht den räumlichen, bei der Planung berücksichtigt werden können. Der kürzeste Pfad eines Graphen ist also derjenige, der die geringste Kostenakkumulation der verwendeten Kanten entlang eines Pfades, vom Startknoten zum Zielknoten aufweist.

Prinzipiell kann die Kostenfunktion beliebige abstrakte Werte darstellen. Dennoch ist es für die Suche nach dem kürzesten Pfad auf dem Graphen essentiell, dass die Kanten keine negativen Gewichte haben. Ein Gewicht kann auch den Wert unendlich haben. Auf diese Weise kann eine Kante gesperrt werden, ohne sie aus dem Graphen löschen zu müssen. Für die Kostenfunktion gilt:

$$\forall e \in E : C(e) \geq 0 \quad (2.1)$$

Der Aufwand, der in Form eines Pfades vom Startknoten zu einem Knoten  $u$  auf dem Graphen aufgebracht werden muss, wird auch als Knotenpotential  $g(u)$  des Knotens  $u$  bezeichnet. Ist der Knoten  $u$  durch verschiedene Pfade erreichbar, kann er auch verschieden große Knotenpotentiale haben. Für das Knotenpotential gilt:

$$\forall u \in V : g(u) \geq 0 \quad (2.2)$$

Auf der Suche nach dem kürzesten Pfad ist jedoch immer das geringste Knotenpotential von Interesse. Die Aufgabe besteht also darin, das Kostenpotential des Zielknotens zu minimieren. Dies wird in automatisierten Anwendungen, wie in Navigationssystemen für das Auto, von Graphsuchalgorithmen übernommen. Zwei prominente Beispiele, die im MiPIEx-Framework Anwendung finden, werden im Folgenden vorgestellt.

### 2.2.1. Dijkstra Algorithmus

Der Algorithmus nach Dijkstra, benannt nach seinem Erfinder Edsger W. Dijkstra, wurde im Jahr 1959 vorgestellt und gehört zur Klasse der Greedy-Algorithmen [Dij59]. Der Algorithmus kann in drei Prozessphasen eingeteilt werden: Initialisierungsphase, Explorationsphase, Auswertungsphase.

Die Initialisierungsphase beginnt damit, dass das Knotenpotential aller Knoten auf unendlich gesetzt wird. Eine Ausnahme bildet der Startknoten, der als Ausgangspunkt der Berechnung, das Knotenpotential von null hat. Anschließend werden zwei Listen initialisiert, die während der Explorationsphase genutzt werden: Die *Open-List* und die *Closed-List*. Die *Open-List* enthält alle Knoten, die vom Algorithmus noch zu untersu-

chen sind. Der Knoten mit dem geringsten und daher vielversprechendsten Potential steht an erster Stelle. In der Initialisierungsphase enthält die *Open-List* nur den Startknoten. Die *Closed-List* enthält alle Knoten, die vom Algorithmus bereits untersucht worden sind und ist am Anfang daher leer. In der Explorationsphase werden nacheinander alle Knoten des Graphen abgesprochen. Jeder Schritt beginnt mit der sogenannten Expansion. Darin wird der erste Knoten aus der *Open-List* entfernt und ins Zentrum der Betrachtung gestellt (also exploriert). Über die Adjazenzmatrix des Graphen werden anschließend alle Nachbarn des explorierten Knotens  $u_{Expl}$  ermittelt. Anschließend wird für jeden Nachbarknoten die Summe aus Potential des explorierten Knotens und den Kosten der Kante zu diesem Knoten gebildet:

$$g_{Neu}(u_{Nachbar}) = g(u_{Expl}) + C(e(u_{Expl}, u_{Nachbar})) \quad (2.3)$$

Ist das neu berechnete Potential  $g_{Neu}$  eines Nachbarn geringer als das bereits dort gespeicherte Potential, bedeutet dies, dass ein kostengünstigerer Weg zu diesem Knoten gefunden wurde. Daher wird dem Knoten das neue Potential zugewiesen und zudem der explorierte Knoten als Vorgänger dieses Knotens gesetzt. Durch das zuvor initial gesetzte, unendliche Knotenpotential wird garantiert, dass jeder Knoten, der mit mindestens einer nichtunendlich gewichteten Kante verbunden ist, einen Vorgängerknoten zugewiesen bekommt. In jedem anderen Fall behält der betrachtete Nachbarknoten sein Potential und seinen Vorgängerknoten.

Ist die Betrachtung der Nachbarknoten abgeschlossen, wird der explorierte Knoten zur *Closed-List* hinzugefügt, was ihn als „bereits besucht“ kennzeichnet. Die Nachbarknoten, sofern nicht schon auf der *Closed-List* bzw. *Open-List*, werden zur *Open-List* hinzugefügt. Schließlich findet ein Update der *Open-List* statt, so dass immer der Knoten mit dem geringsten Potential an erster Stelle steht.

Das Expansionsschema wird so oft durchgeführt, bis die *Open-List* leer ist bzw. sich alle Knoten auf der *Closed-List* befinden. Damit gilt der Graph als vollständig exploriert. In der letzten Phase wird der kürzeste Pfad über die Vorgängerinformationen in jedem Knoten zusammengesetzt. Ausgehend vom Zielknoten erhält man über den Zeiger auf den Vorgänger eine Abfolge von Knoten bis zum Startpunkt. Kehrt man diese Abfolge um, erhält man den gesuchten Pfad. Das Knotenpotential des Endknotens entspricht den Pfadkosten.

### 2.2.2. A-Stern-Algorithmus

Da der Dijkstra Algorithmus die zu explorierenden Knoten nur nach ihrem Potential im Bezug zum Startpunkt auswählt, findet die Exploration in alle Richtungen gleichzeitig statt. Zudem werden unter Umständen Knoten untersucht, die keine niedrigen Pfadkosten versprechen, beispielsweise, weil sie in entgegengesetzter Richtung zum Zielknoten liegen. Aus diesem Grund wird der Algorithmus um eine Heuristik  $h(u)$  erweitert, die das ausstehende Potential jedes Knotens zum Zielknoten schätzt und die Exploration des Graphen in die Richtung des Zielknotens treibt [HNR]. Der Graphsuchalgorithmus erhält dadurch eine zusätzliche Information, die er für die Auswahl des

nächsten zu explorierenden Knoten nutzen kann, weshalb der A-Stern-Algorithmus (kurz: A\*-Algorithmus) zu den sogenannten informierten Algorithmen gezählt wird.

Die Heuristik wirkt bei der Sortierung der Knoten in der *Open-List*, die die Knoten nach einer neuen Bewertungsfunktion  $f(u)$  sortiert. Für diese Funktion gilt:

$$f(u) = g(u) + h(u) \quad (2.4)$$

Die Knoten werden also nicht mehr nur nach dem bereits berechneten Potential, sondern zusätzlich nach den geschätzten Pfadkosten bewertet, sollte der Pfad über den betrachteten Knoten führen. Damit durch das Hinzufügen von Knotennachbarn zur *Open-List* nicht doch der ganze Graph untersucht wird, terminiert der Algorithmus, wenn der Zielknoten erreicht wurde. Damit dies auch geschieht, muss die gewählte Heuristik in der Lage sein, den Algorithmus zum Ziel zu führen. Andernfalls ist der Algorithmus nicht in der Lage, überhaupt einen Pfad zum Zielknoten zu finden und man spricht von einem unvollständigen Algorithmus. Deshalb muss für die Heuristikfunktion  $h$  gelten, dass die Kosten zum Zielknoten niemals überschätzt werden dürfen. Eine solche Heuristik heißt zulässige Heuristik und es gilt:

$$h(u) \in [0, K], \quad K = \text{tatsächliche Kosten} \quad (2.5)$$

Selbst bei der Verwendung einer zulässigen Heuristik ist es möglich, dass der Algorithmus Knoten, die einen optimalen Pfad bilden können, zu schlecht bewertet und deshalb nicht untersucht. In diesem Fall wird keine optimale Lösung gefunden und man spricht vom Verlust der Optimalität. Um die Optimalität des Algorithmus zu gewährleisten, muss eine stärkere Bedingung für die Heuristik gefunden werden. Sie heißt Monotonie, impliziert die Zulässigkeit und stellt sich für den Folgeknoten  $u'$  des Knotens  $u$  folgendermaßen dar:

$$h(u) \leq C(u, u') + h(u') \quad (2.6)$$

Mit einer monotonen Heuristik arbeitet der A\*-Algorithmus optimal effizient, das heißt er expandiert die minimale Anzahl an Knoten um zur Lösung zu gelangen.

## 2.3. Sampling Algorithmen

Sampling Algorithmen (zu Deutsch: Diskretisierungs-Algorithmen) diskretisieren einen Zustandsraum entweder strukturiert oder unstrukturiert. Die Qualität der Diskretisierung kann anhand zweier Größen gemessen werden, der Verteilungsgüte (engl. *dispersion*) und der Diskrepanz (engl. *discrepancy*). Eine beispielhafte Darstellung beider Größen ist in Abbildung 2.3 zu sehen. Die Verteilungsgüte bewertet die Abdeckung des gesampleten Bereichs und ist besonders gut, wenn der freie Raum zwischen den einzelnen Samples besonders klein ist. Strukturierte Diskretisierungen erfüllen dieses Kriterium am besten, da der Raum zwischen den Samples immer gleich groß ist.

Wie gut die Verteilungsdichte in einem beliebig gewählten Volumenelement auf die Gesamtverteilungsdichte der Samples im Planungsraum schließen lässt, wird in der Diskrepanz festgehalten. Zufällige und unstrukturierte Diskretisierungsmethoden erfüllen dieses Kriterium besonders gut. Diese Methoden eignen sich daher zum adaptivem Sampling, also die Anpassung an verschiedenste Planungswelten. Aus Gründen der Planungssicherheit sollen sich Planungsalgorithmen immer gleich verhalten, weshalb das MiPIEx-Framework statt zufälliger, quasi-zufällige (engl. *quasi-random*) Sampling Algorithmen verwendet. Quasi-zufällige Algorithmen, wie der Hammersley-Algorithmus, sind für die Diskretisierung des freien Raums, zur Planung von Flugpfaden, sehr nützlich [AA11].

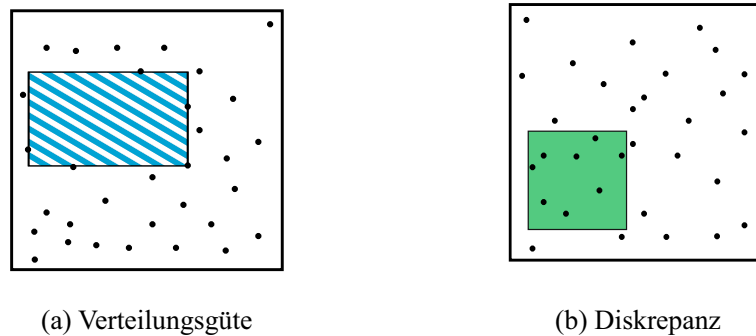


Abbildung 2.3.: Qualitätskriterien für Sampling-Algorithmen nach [LaV06]

### Hammersley Algorithmus

Das MiPIEx-Framework nutzt den sogenannten quasi-zufälligen Hammersley-Sampling Algorithmus, der aus der van der Corput Sequenz abgeleitet ist, bzw. diese erweitert [WLH97]. Mit dem Hammersley-Algorithmus können Samples in beliebig vielen Dimensionen erzeugt werden. Man benötigt lediglich die gewünschte Anzahl von Samples  $N$ , sowie für jede Dimension ein Intervall, in dem sich die Samples befinden sollen. Sampled man beispielsweise Punkte in einem dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystem, können die zugehörigen drei Sampleintervalle als quaderförmiges Samplingvolumen  $V$  der Samplingwelt  $W$  interpretiert werden.

Der Quotient aus Volumen und der Anzahl Samples kann auch als erwartete Sampling-Dichte interpretiert werden:

$$D_{Exp} = \frac{V}{N} \quad (2.7)$$

## 2.4. Bewegungsplanung tieffliegender unbemannter Flugzeuge

### 2.4.1. Einleitung

Der Kern der Bewegungsplanung (engl. „motion planning“) ist es, ein Objekt, wie ein UAV, nachfolgend als *Agent A* bezeichnet, von einer Startkonfiguration  $q_0$  in eine Zielkonfiguration  $q_s$  zu überführen. Dies geschieht durch eine zeitliche Abfolge von durchführbaren Zustandsänderungen, sogenannten Aktionen, die zu einer Trajektorie akkumuliert werden können. Existieren mehrere Trajektorien, ist es von Interesse, davon die Optimale (z.B. die kürzeste Weglänge, die kürzeste zeitl. Ausführung) zu finden [LaV06].

Durch die Limitierung der Planungsmöglichkeiten, z.B. durch geometrische Hindernisse oder Einschränkungen der Bewegungsmöglichkeiten des Agenten, wird das Planungsproblem erschwert. Die zur Lösung dieses Problems eingesetzten Algorithmen können bezüglich ihrer Effizienz (Speicherbedarf, Rechenzeit) und ihrer Lösungsqualität (Optimalität und Vollständigkeit) bewertet werden. Dabei zeigt sich, dass viele Algorithmen für eine bestimmte Art von Planungsaufgabe besonders geeignet sind. In den folgenden Abschnitten wird eine Methode erläutert, die zur Pfadplanung tieffliegender unbemannter Fluggeräte eingesetzt werden kann.

### 2.4.2. Probabilistic Roadmap

Das Fliegen in geringer Höhe bedeutet, dass selbst kleinsten Objekten am Erdboden, wie Bäumen und Gebäuden, ausgewichen werden muss. Die Hindernisdichte ist also sehr hoch. Die Bewegungsgleichungen von Luftfahrzeugen enthalten nicht-holonome Zwangsbedingungen, die sich in einer Einschränkung der Bewegungsmöglichkeiten des Systems äußern. Für dieses Problem eignet sich besonders eine sampling-basierte Pfadplanung, da sie in höherdimensionalen Planungsräumen, wie denen von Luftfahrzeugen, optimale Lösungen anbieten kann. Der namensgebende Schritt dieser Methode ist die Erschließung eines Planungsraumes, indem dieser in mögliche Zwischenzustände, die auf dem Weg vom Start- zum Zielzustand liegen können, von einem Sampling-Algorithmus diskretisiert wird [LaV06].

Der Planungsraum kann somit anschließend durch einen Graphen repräsentiert werden, der die gesammelten Zwischenzustände enthält. Die Knoten werden anschließend über Zustandsänderungen, in diesem Fall sind dies fliegbare Trajektorien, miteinander verbunden. Analog zu dem Beispiel aus dem Straßenverkehr (siehe Abschnitt 2.2) hat man sich somit eine Straßenkarte für den Luftraum aufgebaut, die nachfolgend als *roadmap* bezeichnet wird. Durch die Verwendung eines zufälligen bzw. quasi-zufälligen Sampling-Algorithmus, wie beispielsweise des Hammersley-Sampling Algorithmus, basiert die *roadmap* auf einer stochastischen Erschließung der Planungswelt und ist daher eine Variante einer sogenannten *probabilistic roadmap*. Die Art

der Bewegungsplanung mithilfe von *probabilistic roadmaps* wurde zum ersten Mal in [Kav+96] vorgestellt.

Ein weiterer Vorteil einer *roadmap*, und auch der Straßenkarte im Navigationsgerät, ist, dass sie für viele verschiedene Planungsaufgaben wiederverwendet werden kann und nicht jedes Mal neu erstellt werden muss, wenn sich Anfangs- oder Zielknoten ändern. Im Folgenden wird die Generierung und Nutzung einer *probabilistic roadmap* näher beschrieben. In [Kav+96] wird dies in eine Lernphase (engl. *learning phase*) und eine Abfrage-Phase (engl. *query phase*) eingeteilt.

### Erstellung der *roadmap* - Die Lernphase

Der erste Schritt zur erfolgreichen Planung ist eine räumliche Abgrenzung des Zustandsraumes, in dem geplant werden soll, von der realen Welt, um den Umfang der Planungsaufgabe zu begrenzen. Dieser dreidimensionale Raum wird im Folgenden abkürzend als Welt  $W \in \mathbb{R}^3$  bezeichnet.  $W$  enthält den freien Raum, Hindernisse  $O \in W$  und den Agenten  $A \in W$ .

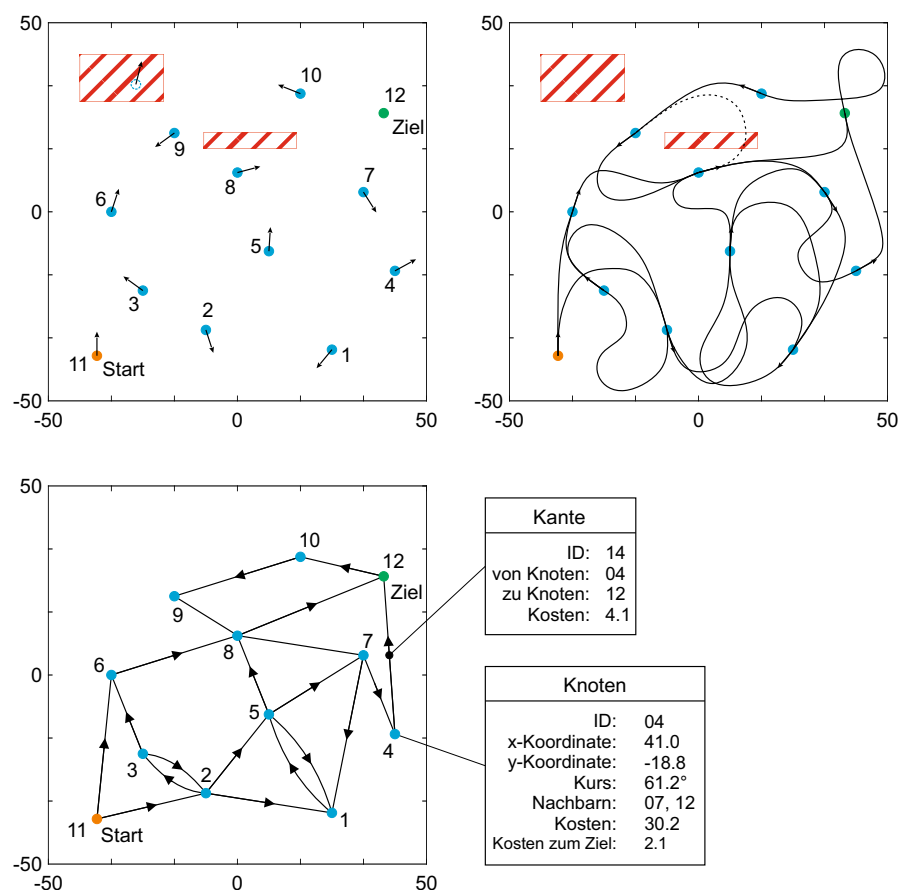


Abbildung 2.4.: Oben: Knoten nach dem Sampling durch einen Hammersley-Algorithmus (links), Verbunden durch fliegbare Trajektorien (rechts). Unten: Fertiger Graph mit Beispielinformationen, der kürzeste Pfad führt in diesem Beispiel über die Knoten 11, 6, 8, 12.

Die Position und die eulerschen Winkel des Agenten bilden dessen Konfiguration  $q$ . Der Konfigurationsraum  $C$ , der alle möglichen Konfigurationen von  $A$  enthält, wird durch die kinematischen Randbedingungen von  $A$  begrenzt. Alle Konfigurationen, die eine Kollision mit einem Hindernis  $O$  darstellen, bilden die Teilmenge  $C_{Ob} \in C$ . Alle übrigen Konfigurationen  $C_{Free} = C \setminus C_{Ob}$  können von  $A$  erreicht werden, führen zu keiner Kollision mit einem Hindernis und sind daher für die Pfadplanung nutzbar.

Die Erzeugung der *probabilistic roadmap* für die Pfadplanung beginnt mit der Anwendung eines zufälligen Sampling-Algorithmus, der eine Reihe von Konfigurationen innerhalb von  $W$ , erschließt. Liegt ein Sample  $S$  in  $C_{Ob}$  wird dies von einer Kollisionsabfrage erkannt, die das Hinzufügen des Samples zur *roadmap* verhindert. Aus diesem Grund kann die spätere Samplingdichte  $D$  von der in Gleichung 2.7 ermittelten Dichte  $D_{Exp}$  abweichen. Dieser Vorgang ist für einen 2D Planungsfall in Abbildung 2.4 beispielhaft dargestellt.

Analog zu Abbildung 2.4 werden die Knoten mit fliegbaren Trajektorien verbunden. Sie bilden die in Flugrichtung gerichteten Kanten der *roadmap*. Die Berechnung einer solchen Trajektorie ist ein nicht-triviales Randwertproblem, da die Bewegung eines Luftfahrzeugs oftmals unterbestimmt ist und die Lösung zudem von dessen Flugleistungen beschränkt wird.

Die errechnete Trajektorie darf nicht mit einem Objekt kollidieren, was bedeutet, dass sie sich vollständig innerhalb von  $C_{Free}$  befinden muss. Deshalb muss jede Trajektorie einer Art von Kollisionsüberprüfung unterzogen werden. Eine fliegbare und kollisionsfreie Trajektorie wird im Folgenden als „gültig“ bezeichnet.

Die Anzahl  $V$  von Knoten und die Menge ihrer Verbindungen  $E$  untereinander entscheiden darüber, wie gut die vom Pfadplaner optimale Lösung von einem tatsächlichen Optimum abweicht. Stehen zu wenig Knoten und Kanten zur Verfügung, gibt es auch weniger Alternativen, bis hin zu dem Fall, dass gar kein Flugpfad gefunden werden kann. Der umgekehrte Fall, also die Erzeugung sehr vieler Knoten mit einer starken Vernetzung untereinander, lässt die *roadmap* schnell sehr stark wachsen, so dass die *roadmap* einen hohen Speicherbedarf erfordert und Prozesse, wie die Graphensuche oder die Erzeugung der Trajektorien, lange Laufzeiten und eine hohe Ressourcenverwendung haben. Stellschrauben bieten sich beispielsweise in der Vorgabe der Sampling-Dichte  $D$  oder der Steuerung des Vernetzungsverhaltens der Knoten.

### Nutzung der *roadmap* - Die Abfrage-Phase

Am Ende der *roadmap*-Generierung werden der Agent  $A$  als Startknoten, und je nach Planungsaufgabe, ein oder mehrere Zielknoten, sowie mögliche abzufliegende Wegpunkte in die *roadmap* eingefügt und über Trajektorien mit ihr verbunden. Für die Planung eines Pfades, durch die Nutzung eines Graphsuchalgorithmus, müssen die Kanten des Graphen über eine Kostenfunktion nach Gleichung 2.1 gewichtet werden. Die Anwendung der Kostenfunktion auf die Kanten kann zu einem beliebigen Zeitpunkt, von der Kantenerstellung bis zur Initialisierung des Graphsuchalgorithmus, stattfinden. Auch eine Änderung bzw. Neuberechnung der Kantenkosten ist bei einer ge-



planten Wiederverwendung der *roadmap* möglich. Die Wiederverwendung wird durch das Hinzufügen eines neuen Startknotens und das Entfernen oder Ändern von Ziel- bzw. Wegpunkten erreicht. Der vom Graphsuchalgorithmus gefundene Pfad ist das Minimum des zuvor definierten Kostenfunctionals auf dem Graphen.

## 2.5. Grundlagen der Stochastik

### 2.5.1. Mittelwert und Varianz

In diesem Abschnitt sollen die Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie und der beschreibenden Statistik, beide sind Teilbereiche der Stochastik, vertieft werden. Die beschreibende Statistik ist dabei der anschaulichere Bereich, denn er beschäftigt sich mit der Auswertung von Experimenten bzw. Stichproben. Wichtige Kennzahlen zur Beschreibung von Verteilungen, solche sind zum Beispiel Messergebnisse aus Experimenten, sind die Berechnung des Mittelwertes und der Standardabweichung bzw. Streuung. Wird im Volksmund vom Mittelwert gesprochen, ist oftmals das arithmetische Mittel  $\mu$  gemeint, das nach folgender Formel berechnet wird:

$$\mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (2.8)$$

Der Mittelwert allein reicht zur Beschreibung einer Stichprobe nicht aus, denn er kann keine Aussage darüber treffen, wie dicht die Messergebnisse beieinander liegen, bzw. wie stark die tatsächlichen Ergebnisse vom Mittelwert abweichen. Ein Indiz dafür liefert die Varianz, die die mittlere Abweichung der Ergebnisse vom Mittelwert  $\mu$  berechnet:

$$Var(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 \quad (2.9)$$

Wie in der obigen Gleichung zu erkennen ist, gehen die Differenzwerte quadratisch in die Varianz ein. Dies verhindert, dass sich negative und positive Abweichungen gegenseitig aufheben. Zieht man die Wurzel der Varianz, erhält man die Standardabweichung:

$$\sigma_x = \sqrt{Var(x)} \quad (2.10)$$

Während die beschreibende Statistik empirische Aussagen über stattgefundene Experimente trifft, beschäftigt sich die Wahrscheinlichkeitstheorie mit der Prognose von Experimenten, basierend auf theoretischen Überlegungen. Deshalb wird der Mittelwert hier als Erwartungswert  $E$  bezeichnet. Beide Größen können voneinander abweichen. Ein Beispiel dafür bietet die Betrachtung eines idealen Würfels. Wird dieser fünfmal geworfen, erhält man fünf Ergebnisse, zum Beispiel die Folge 1, 3, 4, 1, 2.

Der Mittelwert dieser Folge ist nach Gleichung 2.8 :

$$\mu_{Wuerfel} = \frac{1 + 3 + 4 + 1 + 2}{5} = 2,2 \quad (2.11)$$

Der Erwartungswert hingegen ist 3,5 (die Mitte zwischen eins und sieben) und resultiert aus der theoretischen Betrachtung unendlich vieler Würfe, bei denen die Häufigkeiten jeder Augenzahl gleich hoch sind. Würde man den Würfel deutlich häufiger als fünfmal werfen, dann nähert sich der Mittelwert dem Erwartungswert an bzw. er beginnt mit jedem weiteren Wurf um den Erwartungswert zu schwingen, wobei die Amplitude der Schwingung immer weiter abnehmen wird.

Häufig ist man an der Frage interessiert, welchen Ausgang ein Experiment nach nur einem Versuch haben wird. Im Beispiel wäre dies die Augenzahl des Würfels nach nur einem bzw. dem nächsten Wurf. Man verlangt in diesem Fall nach einem Prognosemodell, das über die wahrscheinlichkeitstheoretischen Eigenschaften des betrachteten Objektes informiert ist. Zu dieser Problemstellung existieren viele verschiedene Modelle. Bei einem idealen Würfel kann beispielsweise von einer exakten Gleichverteilung der Wahrscheinlichkeit für jede Augenzahl ausgegangen werden. Ein solches Modell könnte mit kombinatorischen Überlegungen ergänzt werden, die die bereits geworfenen Augenzahlen mit in die Vorhersage einbeziehen. Bei einem nicht idealen Würfel, bei dem bestimmte Augenzahlen bevorzugt werden, könnte statt der Gleichverteilung auch eine Normalverteilung genutzt werden, die den Augenzahlen des Würfels verschiedene Wahrscheinlichkeiten zuordnet.

Das im Rahmen dieser Arbeit erarbeitete wahrscheinlichkeitstheoretische Modell wird in Kapitel 4 näher erläutert. Vorab soll jedoch schon erwähnt werden, dass die Grundlage dieses Modells, Aussagen auf der Basis von Normalverteilungen macht. Diese werden im folgenden Abschnitt näher betrachtet.

### 2.5.2. Die Normalverteilung

Die Normalverteilung, oder auch nach ihrem Entdecker Carl Friedrich Gauß als Gauß-Verteilung bezeichnet, ist eine stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung. Ihre Grundlage bildet ihre Dichtefunktion, die Gauß'sche Glockenkurve. Sie wird durch die folgende Gleichung beschrieben:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\left(-\frac{(x - \mu_x)^2}{2\sigma_x^2}\right) \quad (2.12)$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte hat im Erwartungswert  $\mu_x$  ihr globales Maximum, was bedeutet, dass die Werte im Bereich des Erwartungswertes deutlich wahrscheinlicher auftreten, als in großer Entfernung. Neben dem Erwartungswert, steuert die Standardabweichung  $\sigma_x$  die Gestalt des Dichteverlaufes. So liegen die beiden Wendepunkte der Funktion immer genau ein  $\sigma_x$  vom Erwartungswert entfernt. Die Abbildung 2.5 zeigt verschiedene Dichtefunktionen für verschiedene Standardabweichungen und es

zeigt sich, dass mit größerem Sigma, die Funktion gestaucht wird und der Wert des Maximums sich verringert.

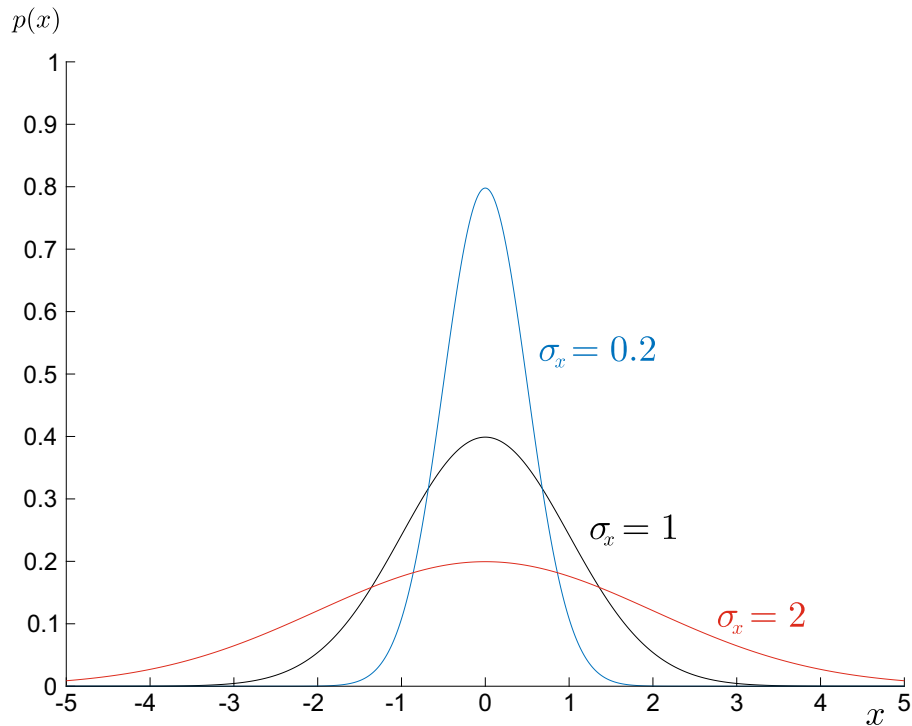


Abbildung 2.5.: Verlauf der Dichtefunktion der Normalverteilung für verschiedene Standardabweichungen. Der Mittelwert ist in den gezeigten Verteilungen jeweils null.

Die Integration der Dichtefunktion innerhalb des Intervalls  $[-\infty, x]$  heißt kumulative Verteilungsfunktion (engl. *cumulative distribution function*, kurz: CDF) mit der Gleichung:

$$CDF(X) = P(X \in [-\infty, x]) = \int_{-\infty}^x p(x^*) dx^* = \frac{1}{2} \left( 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{x - \mu_x}{\sqrt{2\sigma_x^2}} \right) \right) \quad (2.13)$$

Sie beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zufallsvariable  $X$  einen Wert kleiner oder gleich  $x$  annimmt. Darin ist die Fehlerfunktion, die die analytische Berechnung des Integrals erlaubt:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\tau^2} d\tau \quad (2.14)$$

Eine Integration der Dichtefunktion im Intervall  $[\mu_x - x, \mu_x + x]$  berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Wert im Abstand von  $x$  um den Erwartungswert befindet. Wegen der Symmetrie der Dichtefunktion gilt:

$$P(X \in [\mu_x - x, \mu_x + x]) = 2 \cdot P(X \in [0, \mu_x + x]) \quad (2.15)$$

Drückt man den Wert  $x$  als Vielfaches der Standardabweichung  $\sigma_x$  aus, erhält man:

$$x = k\sigma_x \quad (2.16)$$

Setzt man dies in Gleichung 2.15 ein, lässt sich für verschiedene Vielfache von  $\sigma_x$  eine immer gleichbleibende Wahrscheinlichkeit errechnen. Diese Wahrscheinlichkeit nähert sich immer mehr eins an, je größer  $k$  gewählt wird.

Bei gleichzeitiger Betrachtung zweier normalverteilter Variablen  $x$  und  $y$  kann deren Normalverteilung zu einer gemeinsamen zweidimensionalen Verteilungsfunktion aggregiert werden. Der Zusammenhang zwischen den Variablen wird Korrelation  $Kor_{xy}$  genannt. Sie wird analog zur Varianz folgendermaßen berechnet:

$$Kor_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y) \quad (2.17)$$

Wegen des Kommutativgesetzes der Multiplikation gilt:

$$Kor_{xy} = Kor_{yx} \quad (2.18)$$

Korrelation und Varianzen können auch in einer Matrix zusammengefasst werden. Diese Matrix heißt Kovarianzmatrix **Kov**. Auf ihrer Hauptachse befinden sich die Varianzen, während auf den Nebenachsen die zugehörigen Korrelationen zu finden sind. Wegen Gleichung 2.18 ist die Kovarianzmatrix immer symmetrisch.

$$\mathbf{Kov} = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & Kor_{xy} \\ Kor_{xy} & \sigma_y^2 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Setzt man die Korrelation ins Verhältnis zu den Varianzen zweier Variablen, erhält man den Korrelationskoeffizienten  $\rho_{xy}$ :

$$\rho_{xy} = \frac{Kor_{xy}}{\sqrt{Var(x)Var(y)}} = \frac{Kor_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (2.20)$$

Der Wertebereich von  $\rho_{xy}$  liegt im Intervall  $[0, 1]$ . Ist  $\rho_{xy} = 0$  besteht kein Zusammenhang zwischen den Variablen und man spricht von unkorrelierten Werten, während ein Wert von eins eine sehr starke Korrelation darstellt. Mit Hilfe des Korrelationskoeffizienten lässt sich die zweidimensionale, normalverteilte Dichtefunktion wie folgt ausdrücken:

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho_{xy}^2}} \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho_{xy}^2)}\left(\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2} - 2\rho_{xy}\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\frac{y-\mu_y}{\sigma_y} + \frac{(y-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}\right)\right) \quad (2.21)$$

Um daraus eine Wahrscheinlichkeit zu erhalten, muss diese in zwei Dimensionen integriert werden:

$$P(X \in [x_{low}, x_{up}] \wedge Y \in [y_{low}, y_{up}]) = \int_{x_{low}}^{x_{up}} \int_{y_{low}}^{y_{up}} p(x, y) dx dy \quad (2.22)$$

Dieses Integral ist sehr aufwendig zu berechnen und wird für gewöhnlich numerisch gelöst. Die Intervallgrenzen spannen eine rechteckige Fläche auf.

### 2.5.3. Normalverteilung - Die Unsicherheitsellipse

Unsicherheitsellipsen (engl. *error ellipses* oder *uncertainty ellipses*) sind die geometrische Interpretation einer zweidimensionalen Normalverteilung in einem kartesischen Koordinatensystem. Die Form der Ellipse wird von den Standardabweichungen und der Korrelation der Koordinaten bestimmt, während der Erwartungswert  $E$  das Zentrum bildet. Die Darstellung einer dreidimensionalen Normalverteilung erweitert die Ellipse zu einem Ellipsoiden, der dann als Unsicherheitsellipsoid bezeichnet wird und für den die folgenden Gleichungen lediglich auf den dreidimensionalen Fall übertragen werden müssen.

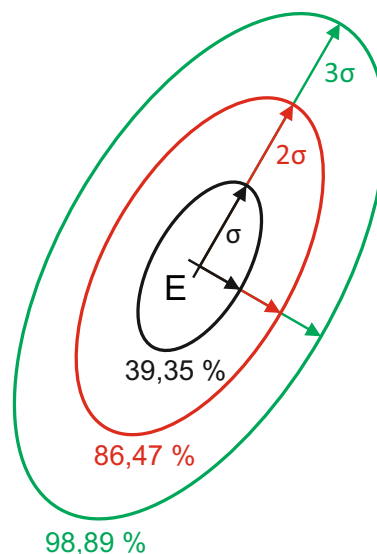


Abbildung 2.6.: Die Skalierung der Halbachsen vergrößert die Grenzwahrscheinlichkeit der Ellipse.

Da die Normalverteilung auf einem Intervall unendlicher Breite definiert ist, ist auch die zugehörige Unsicherheitsellipse unendlich groß. Führt man einen endlichen Ellipsenrand ein, definiert dieser eine Grenzwahrscheinlichkeit, mit der ein Wertepaar  $(x, y)$  innerhalb der Ellipse liegt. Analog zu den Überlegungen in den Gleichungen 2.15 und

2.16, vergrößert sich der Wert dieser Wahrscheinlichkeit, wenn man die Standardabweichungen der Ellipse mit einem Faktor  $k$  aufskaliert. Die Formel

$$k = [-2 \ln(1 - P)]^{\frac{1}{2}} \quad (2.23)$$

stellt einen Zusammenhang zwischen dem Skalierungsfaktor  $k$  und der Grenzwahrscheinlichkeit im zweidimensionalen Fall her [Hoo84]. Sie geht aus der Chi-Quadrat-Verteilung hervor, die eine Abwandlung der Normalverteilung darstellt und deren wichtigstes Merkmal die Unabhängigkeit bzw. Unkorreliertheit aller untersuchten Variablen ist. Im Gegenzug erlaubt sie die Berechnung von Skalierungsfaktoren und Wahrscheinlichkeiten in beliebig vielen Dimensionen, die wegen ihrer Unabhängigkeit auch Freiheitsgrade genannt werden. Wegen dieser Bedingung kann der Skalierungsfaktor nicht direkt auf die Kovarianzmatrix angewendet werden, eine eventuell vorhandene Korrelation ist vorab zu eliminieren. Die Skalierung von Unsicherheitsellipsen für verschiedene Grenzwahrscheinlichkeiten ist in Abbildung 2.6 beispielhaft dargestellt.

Durch die Einführung des Ellipsenrandes wird die Normalverteilung in ein mathematisch besser beschreibbares Objekt verwandelt, das mit den Mitteln der analytischen Geometrie für weitere Untersuchungen genutzt werden kann. Die dafür notwendige Kenntnis über die geometrischen Eigenschaften werden mittels einer Hauptachsentransformation bestimmt, bei der die Eigenwerte und Eigenvektoren der zugehörigen Kovarianzmatrix berechnet werden. Die Eigenwerte  $\lambda$  repräsentieren die Länge der Ellipsenhalbachsen und die zugehörigen Eigenvektoren  $\vec{v}$ , die automatisch normiert und zueinander senkrecht stehen, deren Ausrichtung in der Ebene. Die transformierte Kovarianzmatrix ist eine Diagonalmatrix mit den Eigenwerten auf der Hauptachse, die als Standardabweichungen im transformierten System zu verstehen sind.

$$\begin{pmatrix} \lambda_{\eta}^2 & 0 \\ 0 & \lambda_{\xi}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{\eta}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\xi}^2 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

Vergleicht man die Matrizen aus 2.24 mit 2.19 fällt auf, dass die Korrelationsfaktoren durch die Transformation eliminiert wurden. Das Hauptachsensystem ist daher immer ein unkorreliertes System, weshalb die oben behandelte Skalierung nun auf die Halbachsen der Ellipse angewendet werden kann.

Die Verdrehung des Hauptachsensystems der Ellipse zum ursprünglichen Koordinatensystem wird durch den Winkel  $\vartheta$  beschrieben, der auf die große Halbachse zeigt (siehe Abbildung 2.7). Je nach Berechnungsmethode ist nicht immer ersichtlich, welcher Eigenwert zu welchem Eigenvektor gehört. Ein Eigenwert  $\lambda_{\eta}$  und ein Eigenvektor  $\vec{v}_1$  sind einander zugehörig, wenn sie folgende Gleichung erfüllen:

$$\mathbf{Kov} \cdot \vec{v}_1 = \lambda_{\eta} \cdot \vec{v}_1 \quad (2.25)$$

Ist die Gleichung erfüllt, wird der Vektor  $\vec{v}_1$  in  $\vec{v}_\eta$  umbenannt, um die Zusammengehörigkeit zu verdeutlichen. Die große Halbachse der Ellipse in Abbildung 2.7 zeigt in Richtung des Vektors  $\vec{v}_\eta$ . Der Winkel  $\vartheta$  berechnet sich dann wie folgt:

$$\vartheta = \arctan\left(\frac{y_\eta}{x_\eta}\right), \quad \text{mit} \quad \vec{v}_\eta = \begin{pmatrix} x_\eta \\ y_\eta \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

Unter Ausnutzung der Symmetrie der Ellipse ist es möglich, den Winkel  $\vartheta$  immer im Intervall  $[0, \pi)$  darzustellen. Dies fördert die Anschaulichkeit und ermöglicht einen schnellen Vergleich unterschiedlicher Ellipsenausrichtungen.

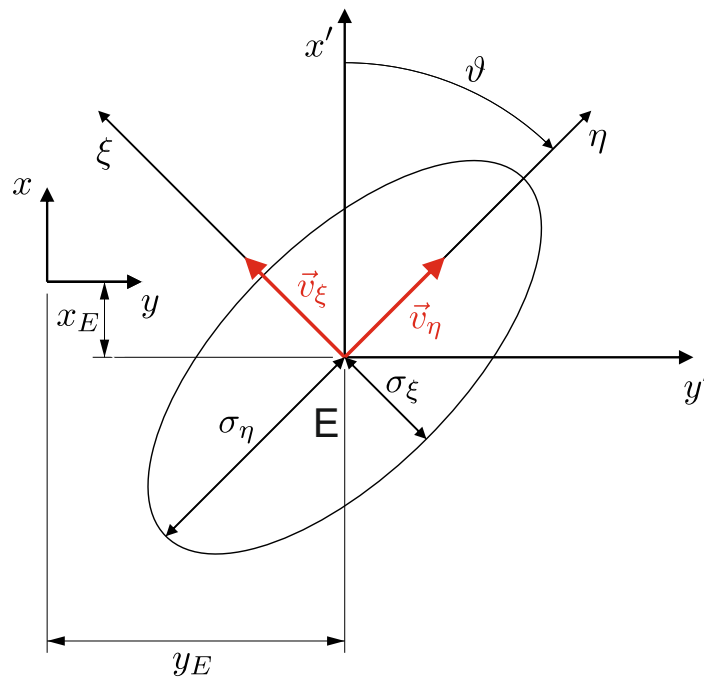


Abbildung 2.7.: Eine beispielhafte Unsicherheitsellipse mit allen, für diese Arbeit relevanten, geometrischen Größen.

## 3. Stand der Technik

### 3.1. Nutzung von Risikokarten

Der erste Schritt zur risiko-minimalen Pfadplanung ist die Einführung eines Schadenspotentials für den Operationsbereich des UAVs. Der Begriff Schadenspotential stammt aus dem Risikomanagement und bezeichnet darin die Schadensanfälligkeit abgegrenzter Regionen gegenüber einem bestimmten Ereignis. Man erhält das Risiko durch die Verrechnung des Schadenspotentials mit der Eintrittswahrscheinlichkeit des betrachteten Schadensereignisses [Mül15]. Ein außer Kontrolle geratenes UAV, das einen Menschen am Boden tödlich verletzt, ist ein Beispiel für ein solches Ereignis (vgl. Definition 1.3).

Wegen der engen Verknüpfung des Schadenspotentials mit dem Risiko wird die Interpretation der Schadenspotentialverteilung, die richtigerweise Schadenspotentialkarte genannt werden müsste, auch als Risikokarte bezeichnet.

Je nach Zweck der Risikoanalyse kann das Schadenspotential einer Region auf unterschiedliche Art und Weise berechnet werden und besitzt keine festgelegte Einheit. Definiert man beispielsweise den Schaden wie in Definition 1.3, wächst das Schadenspotential einer Region mit der Menge der darin befindlichen Personen bzw. kritischen Infrastrukturen. Die Aufenthaltsorte von Personen und essentiellen Einrichtungen sind häufig nicht gleichverteilt, so dass sich das Schadenspotential lokal ändern kann. Diese Schadenspotentialverteilung könnte sich beispielsweise auf statistische Daten, wie die Bevölkerungsdichte, oder die Auswertung von Geo-Datenbanken stützen.

Ist man an der qualitativen Schadenspotentialverteilung interessiert, können die zugrundeliegenden Daten bzw. das berechnete Schadenspotential normiert werden. Die empirische Abschätzung des Potentials von Regionen, in Relation zu einer Region mit festgelegtem maximalen Potential, führt ebenfalls zu einer normierten Darstellung. In beiden Fällen wird der Schaden nicht quantifiziert, sondern lokal unterschiedlich gewichtet, weshalb diese Form der Risikokarte im Englischen auch *weight map* genannt wird [Cas+16].

Die im Folgenden vorgestellten Beispiele zeigen einige Möglichkeiten, das Schadenspotential zu berechnen und für die Pfadplanung unbemannter Fluggeräte zu verwenden.

In [Cas+16] wird die Pfadplanung für ein kleines und leichtes UAV, mit entsprechend geringer kinetischer Energie, durchgeführt und das Schadenspotential empirisch in



drei verschiedene Klassen eingeteilt. Dazu werden verfügbare Geo-Datenbanken ausgewertet, um die genaue Lage von Gebäuden und Verkehrswegen zu erfassen. Als Datenbank dient Google Maps, welche die Geodaten in Form von zweidimensionalen Polygonen erfasst. Diesen Polygonen wird ein Schadenspotential zugewiesen, je nachdem, welche realen Objekte sie repräsentieren. Die Zuweisung wird nach folgendem Muster durchgeführt: Gebäude haben ein niedriges Potential, da sie vor kleinen Fluggeräten einen guten Schutz für die darin befindlichen Personen bieten. Ein hohes Potential haben dagegen die Verkehrswege (z.B. Straßen), da hier Personen, auf dem Fahrrad oder zu Fuß, dem UAV ungeschützt ausgesetzt sind und Autofahrer durch das UAV irritiert werden können. Ein mittleres Potential wird allen übrigen Gebieten zugewiesen.

Analog zu [Cas+16] verwendet [Bei15] Kartenmaterial aus der Open Street Map<sup>1</sup>, welche die Geodaten in verschiedene Klassen (engl. *tags*) einteilt. In [Bei15] werden diesen Klassen verschiedene Potentialwerte exemplarisch zugewiesen.

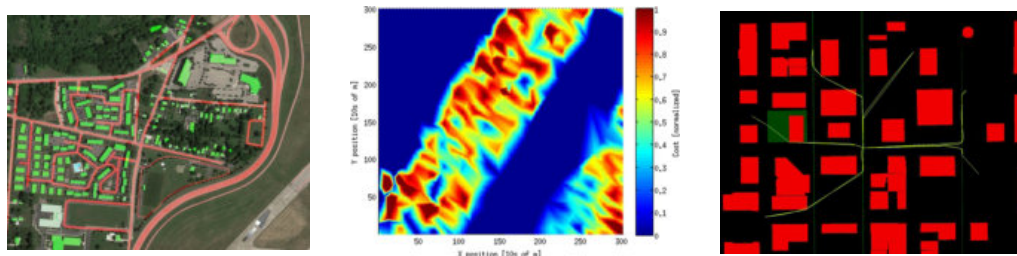


Abbildung 3.1.: Die Schadenspotentialkarten (Risikokarten) aus den Arbeiten von [Cas+16] (links, zeigt die Wright-Patterson Air Force Base in Ohio, USA), [HOA16] (mitig, zeigt die Halbinsel Manhattan in New York City, USA) und [Bei15] (rechts, zeigt die Innenstadt von San Diego in Kalifornien, USA).

Ein Beispiel für einen statistischen Ansatz bietet [HOA16], in dem die Bevölkerungsdichte für die Verteilung des Schadenspotentials herangezogen wird. Die Bevölkerungsdichte liegt als zweidimensionale rasterisierte Karte vor. Diese Methode macht zum Ansatz nach [Cas+16] gegensätzliche Aussagen zur Schadensverteilung. Da sich Menschen hauptsächlich in Gebäuden aufhalten, ist dort die Personendichte besonders hoch, weshalb Gebäude ein hohes Schadenspotential haben. Verkehrswege und freie Flächen haben hingegen ein geringes Potential.

Die Beispiele zeigen, dass die Berechnungsmethode der Schadenspotentialverteilung einen großen Einfluss auf das Verhalten der Pfadplanung hat. Während der Planer aus [Cas+16] Pfade über bzw. in der Nähe von Gebäuden sucht, meidet der in [HOA16] vorgestellte Planer eben solche. Die Hauptursache für diese Unterschiede liegen in den zugrundeliegenden Annahmen und dem Konkretisierungsgrad des Schadensereignisses bzw. von dessen Auswirkungen. Beispielsweise hat [Cas+16] mit der Entscheidung, nur sehr kleine UAVs zu betrachten, eine wesentliche Einschränkung für

<sup>1</sup>Die Open Street Map ist eine frei nutzbare Geodatenbank, die von jedem Nutzer bearbeitet werden kann.

die Nutzung der Risikokarte gemacht. Wird für ein größeres und schwereres UAV mit höheren kinetischen Energien geplant, gilt die Annahme, dass Gebäude einen ausreichenden Schutz bieten, unter Umständen nicht mehr, und es muss eine Neubewertung des Schadenspotentials vorgenommen werden.

Eine Alternative dazu wäre, dass das betrachtete Schadensereignis, bei der Erstellung der Risikokarte, so allgemein wie möglich gehalten wird und nötige Konkretisierungen, zum Beispiel die Höhe der kinetischen Energie, erst bei der Risikoberechnung gemacht werden. Damit könnte eine einmal generierte Risikokarte für verschiedene Szenarien wiederverwendet werden. In Abschnitt 4.2 wird eine entsprechende Methode vorgestellt.

### **3.2. Verknüpfung von Flugverläufen mit dem Schadenspotential**

Dieser Abschnitt behandelt die Fragestellung, wie eine Verbindung zwischen einer geplanten Trajektorie und einer Risikokarte hergestellt werden kann, um daraus ein Risiko zu berechnen. In [Cas+16], [HOA16] und [Bei15] werden die dreidimensionalen Flugpfade auf die zweidimensionale Risikokarte projiziert und in kleine Segmente diskretisiert. Anschließend wird jedem Segment das Schadenspotential aus der Region zugewiesen, in dem es liegt. Das Potential geht anschließend in eine Kostenfunktion ein, die das Risiko errechnet, welches anschließend minimiert werden kann.

Ein Vorteil dieser Berechnungsweise ist ihre Einfachheit und Anschaulichkeit. Es ist jedoch sehr unwahrscheinlich, dass unbemannte Fluggeräte sofort senkrecht zu Boden fallen, sobald in ihnen ein schwerwiegender Fehler auftritt. Stattdessen ist der Flugverlauf nach dem Auftreten einer Fehlfunktion, die das UAV zur Landung bzw. zum Absturz zwingt, von sehr vielen, teils unvorhersehbaren Faktoren abhängig. Dazu gehören beispielhaft die Flugkonfiguration, -ausrichtung und -geschwindigkeit, Umwelteinflüsse, sowie etwaige Auswirkungen des Fehlers selbst. Daher ist zu erwarten, dass das System, vom ersten Auftreten des Fehlers bis zur Bodenberührung, deutlich von der geplanten Trajektorie abweicht. Dies muss in den vorgestellten Methoden zur risiko-minimalen Pfadplanung entsprechend berücksichtigt werden. [HOA16] beispielsweise begegnet diesem Problem mit der Schaffung einer Pufferzone um Bereiche mit hohem Schadenspotential. Diese Maßnahme ist weitgehend unabhängig von wechselnden Umgebungsbedingungen oder dem dynamischen Verhalten des betrachteten UAVs, weshalb das Risiko eines immer gleich geplanten Flugpfades stark schwanken kann. Eine genauere Risikorechnung muss daher in der Lage sein, Abweichungen von der geplanten Trajektorie exakter zu erfassen. Der folgende Abschnitt zeigt dazu zwei etablierte Methoden auf.

### 3.2.1. Die Erreichbarkeitsmenge

Unbemannte Flugzeuge sind dynamische, nichtlineare und hochkomplexe Systeme, die stark von schwer vorhersehbaren, oftmals zufälligen Störungen, wie Windänderungen und Sensorfehlern, beeinflusst werden. Deswegen ist es nicht einfach, einen Folgezustand bzw. Flugverlauf vorherzusagen, selbst wenn der Ausgangszustand genau bekannt ist. Man spricht in diesem Fall von einer Planungsunsicherheit und die erzeugenden Störungen werden als Unsicherheiten bezeichnet.

Einfacher als die Vorhersage eines bestimmten Zustandsverlaufs, ist die Bestimmung der Menge aller möglichen Folgezustände, die ein System annehmen bzw. erreichen kann. Diese Menge heißt Erreichbarkeitsmenge. Für Erreichbarkeitsmengen gibt es in der Pfadplanung viele Verwendungsmöglichkeiten. Ein Beispiel dafür ist ihre Nutzung auf der Suche nach kollisionsfreien Pfaden: Ein System befindet sich in einem definierten Ausgangszustand  $A$  und strebt einen bestimmten Folgezustand  $B$  an. Durch diverse Unsicherheiten, die sich während des Übergangs von  $A$  nach  $B$  ergeben, spannt sich eine Erreichbarkeitsmenge um  $B$  auf. Schneidet diese Erreichbarkeitsmenge ein Hindernis, besteht die Möglichkeit einer Kollision. Deshalb scheidet der Zustand  $B$  als Folgezustand aus. Diese Art der Pfadplanung ermöglicht eine gewisse Robustheit gegenüber den Unsicherheiten, weshalb sie auch als *robust path planning* bezeichnet wird [HKR].

Im Folgenden werden Methoden, die bereits bei der Trajektorienplanung bzw. –optimierung Anwendung finden, vorgestellt und auf ihre Anwendbarkeit für die risikominimale Bahnplanung untersucht.

#### Funnel

Eine Möglichkeit die Planungsunsicherheit von Trajektorien zu modellieren, ist eine Stabilitätsbetrachtung. Ein Beispiel dafür sind sogenannte *funnel*. *Funnel* (zu Deutsch: „Trichter“) sind dazu entwickelt worden, stabile Anfangs- bzw. Zustandsbedingungen für nichtlineare dynamische Systeme zu finden, oder ihre Existenz zu beweisen. Diese gefundenen stabilen Zustände dienen im Rahmen einer Planungsaufgabe als Ausgangspunkte von Trajektorien, die zum garantierten Erreichen eines vorgegebenen Zielbereichs führen (siehe Abbildung 3.2).

*Funnel* sind Bereiche, in denen sich die Systemeigenschaften in einem endlichen Zeitbereich nicht ändern. Dies ist nötig, damit ein Regler zur Stabilisierung des Systems innerhalb dieses Bereiches eingesetzt und automatisch optimiert werden kann. Ein Beispiel dafür ist die, in [Ted10] demonstrierte, automatisierbare Minimierung des Kostenfunktional eines LQ-Reglers, der ein System, das um eine Trajektorie zuvor linearisiert wurde, lokal stabilisiert.

Eine anschließende Stabilitätsanalyse beweist zum einen die Stabilität des Reglers und findet zum anderen alle stabilisierbaren Anfangsbedingungen des Systems. Aufgrund der Nichtlinearität des Systems, wird für die Analyse die Lyapunov-Methode verwendet, für die der Zielbereich als Ruhelage definiert wird. Inzwischen existieren verschiedene automatisierbare Verfahren zur direkten Berechnung einer geeigneten

Lyapunov-Funktion, so dass diese automatisch berechnet werden kann. Die Stabilität wird nachgewiesen, indem bewiesen wird, dass die Funktion bestimmte Eigenschaften erfüllt. Oftmals ist dies mit Einschränkungen des Definitionsbereichs der Funktion verbunden, wodurch sich ein Unterraum des Zustandsraums mit den gesuchten und stabilen Zuständen bildet. Eine grafische Darstellung dieser Stabilitätsräume hat häufig die Gestalt eines Trichters, was dem *funnel* seinen Namen gegeben hat [Ted10].

In [Ted10] und [MT16] konnte bereits gezeigt werden, dass *funnel* in hochkomplexen Systemen eingesetzt werden können und ihr geringer Berechnungsaufwand eine Verwendung in Online-Pfadplanern ermöglicht. Über vorberechnete Bibliotheken, sogenannte *funnel libraries* kann der Rechenaufwand während der Online-Planung noch weiter reduziert werden [MT16].

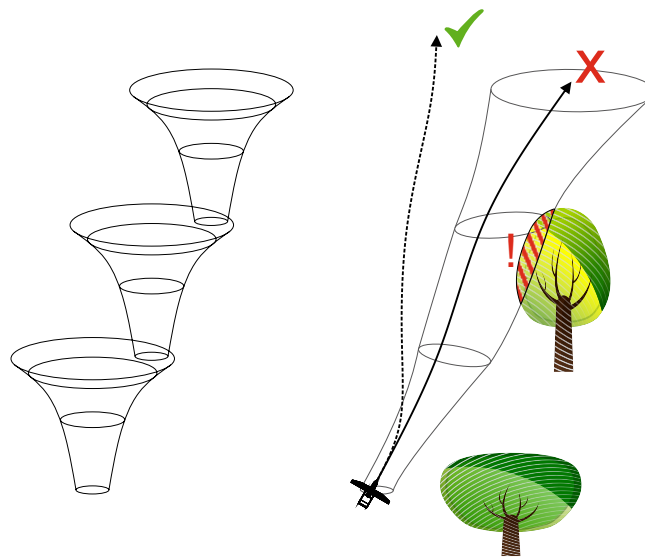


Abbildung 3.2.: Eine Abfolge mehrerer *funnel* kann die Unsicherheit eines geplanten Flugpfades darstellen (links, nach [Ted10]). Schneiden *funnel* des geplanten Flugpfades ein Hindernis, muss ein anderer Pfad geplant werden (nach [MT16]).

Bei der Pfadplanung unter unsicheren Bedingungen können *funnel* entlang geplanter Pfade eingesetzt werden, um alle möglichen abweichenden Trajektorien einzuhüllen. In [MT16] werden a priori mehrere lokal optimale und zeitlich begrenzte Trajektorien, auf der Basis verschiedener Steuervorgaben, generiert. Jede dieser Trajektorien wird anschließend von einem *funnel* eingehüllt. Die Trajektorien können von einem Online-Planer zu einem Pfad aneinandergereiht werden, so dass ein vorgegebenes Ziel erreicht wird. Kommt eine anschließend durchgeführte Kollisionsüberprüfung zu dem Ergebnis, dass die *funnel* des geplanten Pfades ein Hindernis schneiden oder berühren, bedeutet dies, dass eine Abweichung von der geplanten Trajektorie zu einer Kollision führen kann. Eine Aussage über die Wahrscheinlichkeit dieser Kollision kann der *funnel* jedoch nicht machen. Dies liegt darin begründet, dass die Gestalt eines *funnel* hauptsächlich auf der Stabilitätsanalyse basiert, die nur zwei Zustände kennt: „stabil“ und „nicht stabil“. Das bedeutet, dass *funnel* keine Wahrscheinlichkeitsverteilungen enthalten.

Nutzt man *funnel* für die Berechnung eines Landegebietes, so könnte man nur eine Aussage über dessen Größe treffen, was eine konservative, aber dennoch ungenaue Abschätzung des Risikos erlaubt. Für die risiko-minimale Bahnplanung ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung innerhalb eines Bereichs möglicher Trajektorien jedoch eine große Bereicherung, da nur so eine realistische Einschätzung der Gefährdung einzelner Bereiche gegeben werden kann.

### Belief Space

Eine in der Robotik weit verbreitete Methode zur Bewegungs- bzw. Pfadplanung ist der sogenannte Markov'sche Entscheidungsprozess (MDP<sup>2</sup>). Diese Methode ermöglicht es autonomen Systemen, aus einer Anzahl möglicher Aktionen, diejenige auszuwählen, die zum Erreichen eines definierten Ziels, wahrscheinlichkeitstheoretisch am besten beiträgt. Ihr Name leitet sich nach der zugrundeliegenden Markov-Annahme ab. Diese besagt, dass die Wahrscheinlichkeit eines neuen Zustands nur von der Wahrscheinlichkeit ihres Vorgängerzustands und der Wahrscheinlichkeit des Übergangs zwischen diesen Zuständen abhängt. Dies ermöglicht es, einzelne Entscheidungen in einer Kette von Entscheidungen getrennt voneinander betrachten zu können. Den Ausgangspunkt dieses Entscheidungsprozesses, der deshalb auch als Markov-Kette bezeichnet wird, bildet die Beobachtung bzw. Feststellung des Systemzustands und die Sammlung aller möglichen Aktionen, die diesen Zustand in einen neuen Zustand überführen können. Jede Aktion führt zu einem Gewinn, der höher ausfällt, wenn eine Entscheidung das System seinem Ziel näherbringt. Da das System während der Ausführung einer Aktion, also dem Wechsel des Zustands, den umgebenden Unsicherheiten ausgesetzt ist, kann nicht exakt vorhergesagt werden, welchen neuen Zustand das System annehmen wird. Vielmehr bildet sich eine Menge unterschiedlicher Folgezustände mit zugehörigen Eintrittswahrscheinlichkeiten. Daraus kann eine Übergangswahrscheinlichkeit für jede Aktion errechnet werden. Schließlich kann ein automatischer Entscheider (*decision maker*) aus dem zuvor erwähnten Gewinn und der Übergangswahrscheinlichkeit eine Entscheidung nach zuvor festgelegten Kriterien treffen [LaV06]. Dies demonstriert [LSH] anhand eines Gleitsegels (engl. *parafoil*), das in der Lage ist, unter zufälligem Windeinfluss, ein Ziel am Boden zu erreichen. Die oben erwähnten Unsicherheiten können auf vielfältige Weise modelliert werden, in [LSH] werden äußere Störungen, wie zum Beispiel der Wind, durch normalverteiltes Rauschen dargestellt.

In einem beobachtbaren System lässt sich der Ausgangszustand vor jeder Entscheidung immer exakt bestimmen, wodurch die errechneten Übergangswahrscheinlichkeiten immer auf einer bekannten Ausgangslage beruhen. In der Realität sorgen beispielsweise limitierte und fehlerbehaftete Sensoren dafür, dass der Zustand eines Systems nicht exakt festgestellt werden kann. Oftmals lässt sich der Startzustand ebenfalls nicht exakt feststellen, weshalb der wahre Systemzustand zu keinem Zeitpunkt bekannt ist. In solchen Fällen berechnet ein Algorithmus Wahrscheinlichkeitswerte für die möglichen Zustände, in denen sich das System befinden könnte. Das System gilt somit als teilweise beobachtbar und führt zum sogenannten Teil-beobachtbaren Markov'schen Entscheidungsprozess

<sup>2</sup> Markov decision process

(POMDP<sup>3</sup>). Hier führt die oben erwähnte Markov-Kette dazu, dass sich die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Zustände mit den Übergangswahrscheinlichkeiten von Aktionen verknüpfen und einen Wahrscheinlichkeitsraum aufspannen. Dieser wird durch jedes neue Kettenglied verändert, abhängig von der Wahrscheinlichkeit der durchgeführten Aktionen und den Möglichkeiten, den neuen Zustand zu bestimmen. Dieser Wahrscheinlichkeitsraum wird im Englischen auch als *belief space* bezeichnet. Ein *belief space* auf der Basis einer Normalverteilung kann mit statistischen Analysemethoden auf seine Eigenschaften hin untersucht werden, um beispielsweise die Raumgrenzen, Erwartungswerte oder Standardabweichungen zu bestimmen (siehe Abschnitt 2.5.3).

Mit Hilfe der *belief space*-Rechnung ist man in der Lage die Verteilung der Landewahrscheinlichkeit eines UAVs nach dem Auftreten eines schwerwiegenden Fehlers sehr gut zu erfassen, weshalb diese Methode im Rahmen dieser Arbeit angewendet wird.

### 3.3. Pfadplanung mit dem MiPIEx-Modul

#### 3.3.1. Initialisierung des Pfadplaners

Für die Planung zeitoptimaler Pfade für ein UAV, verwendet das MiPIEx-Modul eine *probabilistic roadmap* (siehe Abschnitt 2.4.2). Die Erstellung der *roadmap*-Knoten wird von einem quasi-zufälligen Hammersley Sampling-Algorithmus übernommen (siehe Abschnitt 2.3), indem dieser viele Zwischenkonfigurationen für das UAV innerhalb des Planungsraumes erschließt. Eine geeignete Darstellung der Fahrzeugkonfiguration besteht aus drei kartesischen Koordinaten und drei Eulerwinkeln. Die Verwendung aller drei Eulerwinkel zur Trajektorienberechnung würde zu einem hohen Komplexitätsgrad und hohen Laufzeiten führen. Da der Kurswinkel  $\psi$  den größten Einfluss auf die Berechnung fliegbarer Trajektorien hat, werden die anderen Winkel daher nicht berücksichtigt. Der Hammersley Algorithmus *sampled* somit in vier Dimensionen, weshalb er in dieser speziellen Variante als 4D-Hammersley Algorithmus und die zugehörige *roadmap* als *4D-roadmap* bezeichnet wird. Für jeden Samplingpunkt  $\vec{P}$  gilt:

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \\ \psi_P \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Die Trajektorien, die die Fahrzeugkonfigurationen miteinander verbinden, bestehen aus einem horizontalen und einem vertikalen Verlauf. Beide Verläufe werden getrennt voneinander berechnet. Für den horizontalen Verlauf beschränkt man sich auf drei Be-

<sup>3</sup>Partially observable Markov decision process

wegungsprimitive: Kreisförmige Links- und Rechtskurven, sowie Geraden. Drei dieser Elemente können zu einem Pfad so aneinandergereiht werden, dass zwei Knoten, unter Erfüllung ihrer Richtungsvorgabe, miteinander verbunden werden können. Die so erzeugten Verläufe heißen Dubins-Pfade [Dub57].

Begrenzungen durch die zulässige Flächenlast oder die minimale Fluggeschwindigkeit führen zu einem minimalen Kurvenradius, weshalb nicht für jedes beliebige Knotenpaar ein Pfad gefunden werden kann. Zudem existiert eine Vernetzungsvorschrift, nach der sich Knoten in einem festgelegten Radius zueinander verbinden. Stehen zu wenig Knoten innerhalb dieser Sphäre zur Verfügung, wird eine festgelegte Anzahl an Verbindungen zu Knoten außerhalb der Sphäre forciert. Das Resultat dieser Maßnahmen und Umstände ist ein unvollständiger Graph. Dessen Vernetzungsgrad ist abhängig vom gewählten Radius und der vorgeschriebenen Mindestanzahl an Verbindungen pro Knoten und wurde bisher empirisch so eingestellt, dass sich Laufzeit und Planungsqualität ausgewogen gegenüberstehen.

Der vertikale Verlauf der Trajektorien wird als Polynom zweiten Grades modelliert. Das Ergebnis der Verschmelzung beider Verläufe ist eine parametrische Kurve. Diese kann anschließend für eine Kollisionsabfrage verwendet werden. Zudem stellen sie ein direktes Maß für die nominale Flugzeit dar, die als Kostenfunktion direkt verwendet werden kann.

### 3.3.2. Pfadsuche

Zur Minimierung des Kostenfunktionalis ist im MiPIEx-Framework unter anderem ein A\*-Graphsuchalgorithmus implementiert worden. Damit der verwendete A\*-Algorithmus optimal effizient arbeitet, wird eine Suchheuristikfunktion verwendet, die eine Flugzeitschätzung vom betrachteten Knoten  $u$  zum Zielknoten  $u_{Ziel}$  durchführt:

$$h(u) = \frac{1}{V_{K,max}} \sqrt{(x_{u_{Ziel}} - x_u)^2 + (y_{u_{Ziel}} - y_u)^2 + (z_{u_{Ziel}} - z_u)^2} \quad (3.2)$$

Die berechnete Flugzeit auf der Basis der euklidischen Distanz zwischen den betrachteten Knoten und der maximal möglichen Fluggeschwindigkeit  $V_{K,max}$  bildet immer die minimale Flugzeit, so dass die tatsächliche Flugzeit nie überschätzt werden kann und damit die Gleichung 2.5 erfüllt wird. Über die Dreiecksungleichung kann zudem gezeigt werden, dass die direkte Distanz zwischen zwei Knoten nie länger ist, als der Umweg über einen dritten Knoten. Setzt man für beide Fälle dieselbe Fluggeschwindigkeit voraus, wird somit auch die Forderung nach Monotonie aus Gleichung 2.6 erfüllt.

### 3.3.3. Pfadglättung

Der stets vorhandene Diskretisierungsfehler, der bei der Anwendung des Sampling-Algorithmus entsteht, kann dafür sorgen, dass ein gefundener Pfad aus der *roadmap* nicht die optimale Lösung des Planungsproblems darstellt. Um diesen Fehler zu verringern, folgt auf die Pfadsuche eine Pfadglättung.

Eine einfache Möglichkeit der Pfadglättung ist das Überspringen von Knoten entlang des gefundenen Pfades. Beginnend mit dem Startknoten wird geprüft, ob gültige und kostengünstigere Trajektorien zum übernächsten und den nachfolgenden Knoten existieren. Solange dies der Fall ist, werden immer mehr Knoten übersprungen und der bis dahin führende Pfad durch die neue Trajektorie ersetzt. Am Endknoten dieser Trajektorie beginnt die Betrachtung von Neuem, bis der Zielknoten erreicht ist.



## 4. Risikoberechnung

Das Konzept der risiko-minimalen Bahnplanung besteht darin, das Risiko eines vorgeplanten Flugweges zu berechnen, sodass beispielsweise, die in Abschnitt 3.3.1 vorgestellte Kostenfunktion zur Bewertung der Kanten einer *roadmap*, ersetzt werden kann. Statt der bisherigen Berechnung der Flugzeit, wird das zu erwartende Risiko bestimmt und anschließend der Kante als Kostenaufwand übergeben. Deshalb ist in diesem speziellen Fall, die Kostenberechnung mit der Risikoberechnung gleichzusetzen. Durch die Nutzung des Kantenrisikos als Kantenkosten, ist es einem Graphsuchalgorithmus möglich, risiko-minimale Pfade zu finden.

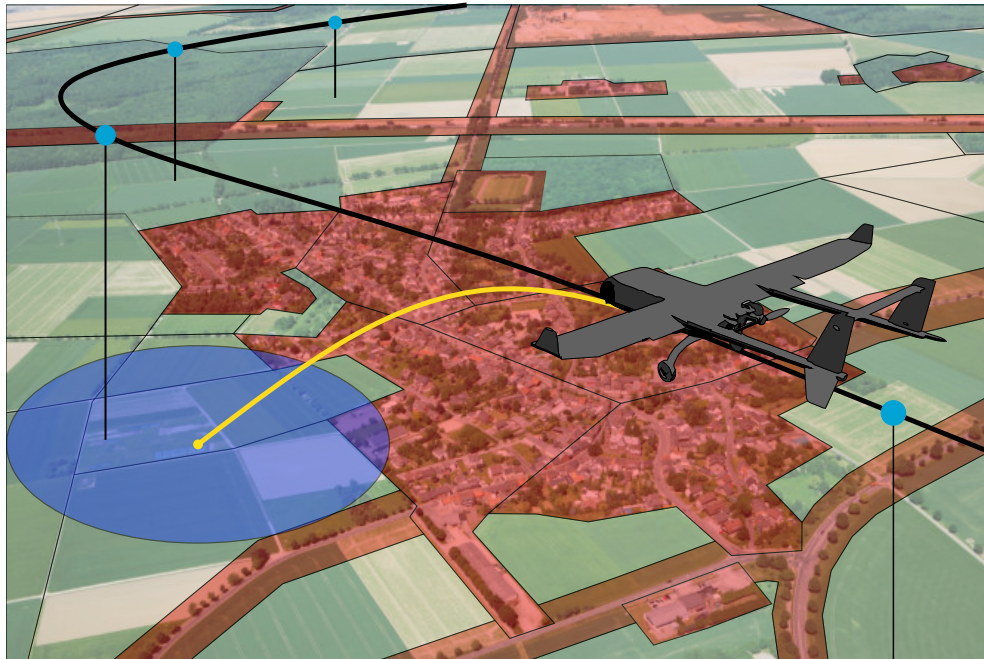


Abbildung 4.1.: Tritt ein schwerer Fehler im dargestellten Punkt des Flugpfades auf, landet das UAV im blau gefärbten Landebereich. Dieser sollte nicht in schadensanfälligen Gebieten, wie dem abgebildeten Dorf (rote Fläche), liegen.

## 4.1. Konzept der Risikoberechnung

### 4.1.1. Aufbau und Ablauf

Die Abbildung 4.2 verdeutlicht noch einmal die Position der Risikoberechnung in der Graphengenerierung des MiPIEx-Planers, welche bereits im Abschnitt 3.3 erläutert wurde. Sie ist ein Teil der Kantengenerierung und folgt direkt auf die Trajektorienberechnung. Die parametrische Kurve, die als Ergebnis aus der Trajektorienberechnung hervorgeht, ist die einzige vorab bekannte Information über den Flugverlauf und ist deshalb die vorrangige Bezugsquelle für die Risikoberechnung. Der Ausgangspunkt der Berechnung ist ein beliebiger Punkt auf der Trajektorie, an dem ein kritischer Fehler während des Fluges auftritt. Ein kritischer Fehler ist im Rahmen dieser Arbeit ein Fehler, der immer zu einer Unterbrechung bzw. Terminierung des Fluges führt. Diese Terminierung kann kontrollierter, durch bestimmte Schutzmaßnahmen (siehe Abschnitt 4.4.3), oder auch unkontrollierter Natur sein. Letztere ist beispielsweise der Absturz des Fluggerätes, der durch das Versagen essentieller Systeme oder Strukturen herbeigeführt wird.

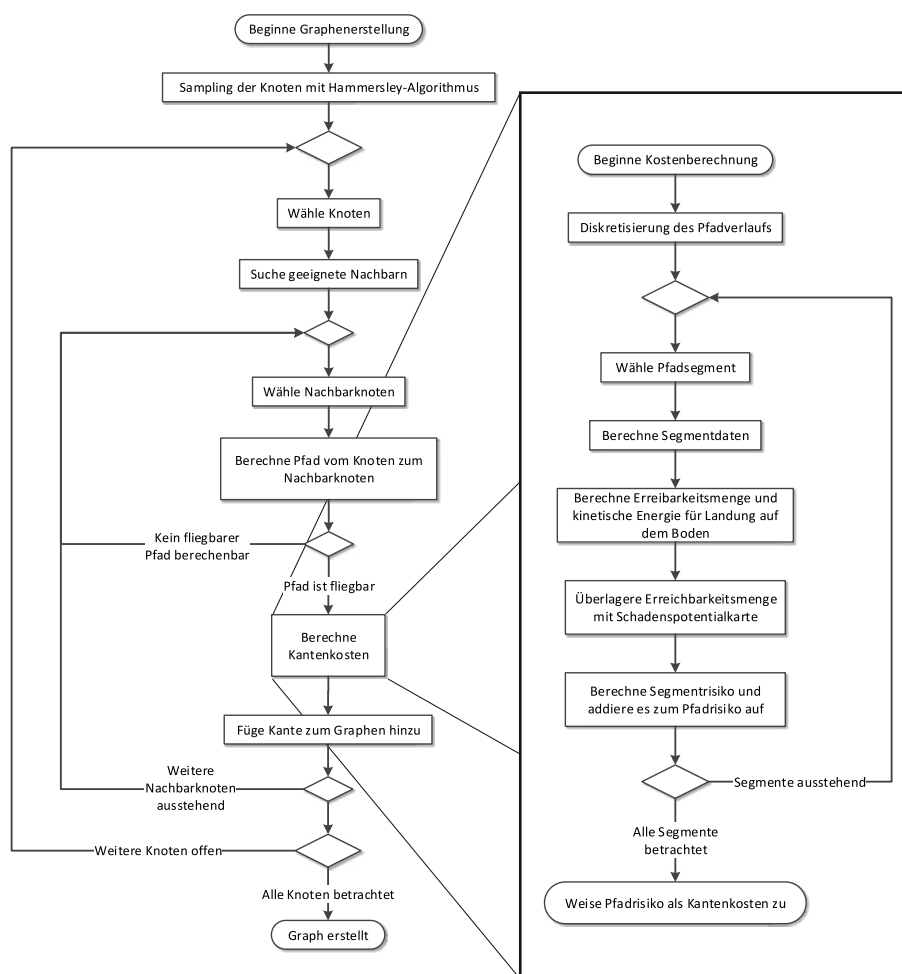


Abbildung 4.2.: Prozessdarstellung der Graphengenerierung und der Risikokostenberechnung

Aufgrund der räumlichen Verteilung des Schadenspotentials kann das Risiko in jedem Punkt der betrachteten Trajektorie variieren. Des Weiteren können sich Bahngeschwindigkeit und -winkel entlang der Trajektorie ändern, was einen Einfluss auf den Flugverlauf nach der Terminierung hat und das Risiko beeinflusst. Deshalb ist die Auswertung der Trajektorie an nur einer Stelle nicht ausreichend. Stattdessen wird die kontinuierliche, parametrische Kurve in mehrere Liniensegmente diskretisiert (siehe Abschnitt 4.3), für die das Segmentrisiko einzeln berechnet und anschließend zum Gesamtrisiko der Trajektorie aufsummiert wird. Der Ablauf dieses Prozesses wird in Abbildung 4.2 dargestellt.

#### 4.1.2. Die Risiko-Kostenfunktion

Für die Verwendung in einem Graphsuchalgorithmus muss die neue Kostenfunktion lediglich die Kriterien aus Abschnitt 2.2 erfüllen und kann daher beliebig abstrakt sein. Eine nachvollziehbare Darstellung des Risikos erlaubt jedoch eine höhere Transparenz des Berechnungsprozesses und eröffnet zumindest die Möglichkeit, das errechnete Risiko deuten zu können. Deshalb ist es sinnvoll, die Risikoberechnung an bestehende Praktiken zur Sicherheitsanalyse von Luftfahrzeugen anzulehnen.

Zu Beginn des Abschnitts 3.1 wurde bereits erwähnt, dass ein Risiko die Verrechnung eines Schadenspotentials mit der Eintrittswahrscheinlichkeit eines betrachteten Schadensereignisses ist. Die Verrechnung lässt sich in einen zeitabhängigen, ortsabhängigen und einen physikalischen Anteil aufteilen (siehe Abbildung 4.3), die nachfolgend genauer betrachtet und anschließend zur Risikokostenfunktion zusammengefügt werden.

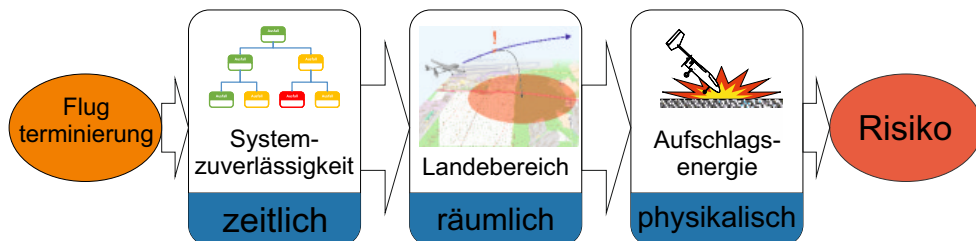


Abbildung 4.3.: Die gezeigten Einflüsse stellen die Verbindung zwischen einem konkreten Schadensereignis und dem zugehörigen Risiko her.

Die zeitliche Abhängigkeit eines Schadensereignisses resultiert aus den Zuverlässigkeiten der kritischen Systemkomponenten eines betrachteten UAVs. Im Rahmen verschiedener Methoden der Zuverlässigkeitsanalyse, die zum Beispiel in den ARP-Richtlinien<sup>1</sup> der SAE beschrieben werden, ist es möglich, die kritischen Fehlerzustände des UAVs zu identifizieren und die Häufigkeit ihres Auftretens pro Flugstunde zu ermitteln. Diese Fehlerhäufigkeit wird im Folgenden  $p_{CF}$  genannt. Durch die Multiplikation mit der Flugzeit für einen Flugabschnitt, beispielsweise ein Pfadsegment,

<sup>1</sup> Aerospace Recommended Practice

erhält man die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in diesem Segment ein kritischer Fehler auftritt:

$$P_{CF,Segment} = p_{CF} \cdot t_{Segment} \quad (4.1)$$

Diese Formel bildet den zeitabhängigen Teil der Kostenfunktion. Der Abschnitt 4.3 beschäftigt sich eingehender mit der Berechnung der Segmentflugzeit und der Bestimmung weiterer wichtiger Segmentparameter.

Die räumliche Komponente des Risikos beinhaltet die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das UAV an einem bestimmten Punkt auf den Boden trifft und sich am selben Punkt Personen oder kritische Infrastrukturen (vgl. Definition 1.3) befinden. Der vorhandene zeitabhängige Anteil der Aufenthaltswahrscheinlichkeit von zum Beispiel Personen an einem bestimmten Ort, wird im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet. Er könnte beispielsweise in Form einer zeitvarianten Risikoklassifizierung der Risikokarte berücksichtigt werden.

Löst ein kritischer Fehler die Terminierung des Fluges aus, durch die das UAV zu Boden gebracht wird, ergibt sich ein Landegebiet als zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilung mit dem wahrscheinlichsten Landepunkt in ihrem Zentrum. Die Berechnung des Landegebietes wird in Abschnitt 4.4 erklärt.

Durch die Verrechnung des Landegebietes mit einer Schadenspotentialkarte, die unter anderem die Aufenthaltswahrscheinlichkeit von Personen und kritischen Infrastrukturen in einer Region abbilden kann, entsteht eine Summe  $S$  von gewichteten Schadenspotentialen. Die Gewichtung wird über die räumliche Verteilung der Landewahrscheinlichkeit bestimmt und die entsprechende Gewichtungsfunktion wird in Abschnitt 4.4.5 vorgestellt. Wie in Abschnitt 4.2 nachzulesen ist, wird ein normiertes und daher einheitenloses Schadenspotential in der Risikokarte verwendet, weshalb  $S$  ebenfalls einheitenlos ist.

$S$  deckt die räumliche Komponente des Risikos ab, sodass schließlich noch die physikalische Komponente betrachtet werden muss. In Abschnitt 3.1 wurde anhand eines vorgestellten Beispiels gezeigt, dass die Intensität eines verursachten Schadens von der Größe der Aufprallenergie eines Luftfahrzeugs auf den Erdboden beeinflusst wird. Dieser Einfluss der kinetischen Energie könnte direkt im Schadenspotential der verwendeten Risikokarte berücksichtigt werden, wie im Abschnitt 3.1 gezeigt wurde. Damit die Gestalt der hier verwendeten Risikokarte unabhängig von der Konfiguration des betrachteten UAVs bleibt, geht die Aufprallenergie über eine Funktion in die Berechnung der Kostenfunktion ein. Dies erlaubt die automatische Anpassung der Risikorechnung an verschiedene Konfigurationen eines UAVs und eine differenzierte Bewertung verschiedener Trajektorien bezüglich der Aufprallenergie. Das Ergebnis dieser Funktion, die in Abschnitt 4.4.6 näher behandelt wird, ist  $P_{Schaden}$ . Derselbe Abschnitt beschäftigt sich zudem eingehender mit der Frage, auf welche Weisen ein UAV Schäden verursachen kann.

Das Risiko eines Segments errechnet sich aus der Multiplikation aller drei Komponenten. Somit erhält man für das Risiko bzw. die Kosten einer Kante  $e$  die folgende Gleichung:

$$C(e) = R(e) = \sum_{\substack{\text{Segmente} \\ \text{von } e}} p_{CF} \cdot t_{\text{Segment}} \cdot S_{\text{Segment}} \cdot P_{\text{Schaden, Segment}} \quad (4.2)$$

## 4.2. Die verwendete Risikokarte

Im Zuge des Projekts ALAADy wurde mit dem Aufbau einer SQL-Datenbank<sup>2</sup> begonnen, die europaweit alle relevanten Umweltbedingungen für die Planung von Flugrouten enthalten soll. Die Abbildung 4.4 zeigt, wie die fertige Datenbank aussehen könnte. In [Ger17] wird beschrieben, wie die Datenbank mit einem Höhenmodell für Europa, luftfahrtrelevanten Hindernissen und einer Bodenrisikokarte aufgebaut wurde. Letztere wird für die Risikoberechnung in dieser Arbeit genutzt.

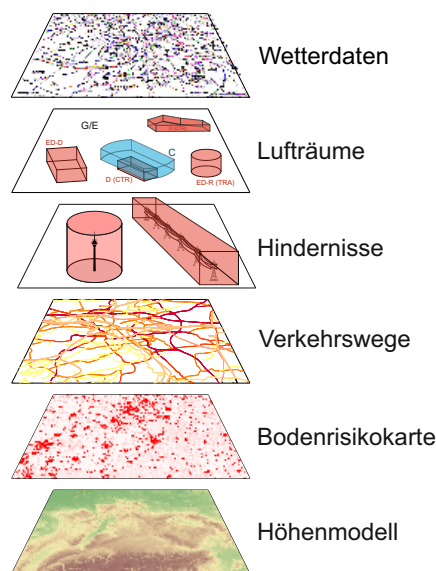


Abbildung 4.4.: Aufbau der Datenbank

Die ursprünglichen Daten der Bodenrisikokarte stammen aus dem CORINE Land Cover Datensatz (CLC)<sup>3</sup>. Schirmherrin dieses Projektes ist die Europäische Union, die an einer Erhebung der Flächennutzung in Europa interessiert ist. Dazu wurden Satellitenbilder erfasst, ausgewertet und die gesamte Fläche Europas in 44 verschiedene Landnutzungsklassen eingeteilt. Die CLC Landnutzungsdaten sind in unterschiedlich hohen Auflösungen verfügbar. In der Datenbank wird eine räumliche Auflösung von 100 Metern verwendet und zweidimensionale Polygone repräsentieren die einzelnen Flächen [Ger17].

<sup>2</sup>SQL ist eine Datenbanksprache zur Strukturierung von Informationen

<sup>3</sup>Coordination for Information in the Environment - Koordinierung von Informationen über die Umwelt

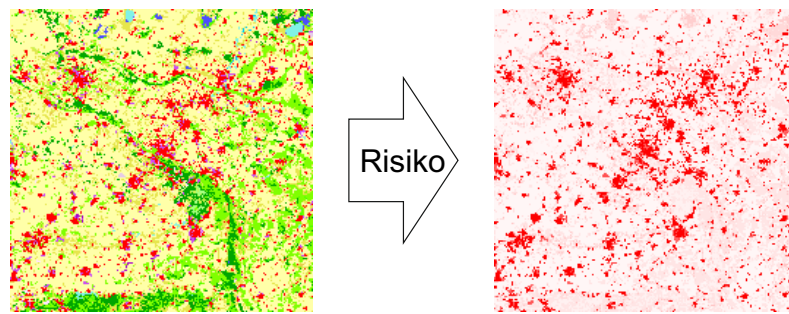


Abbildung 4.5.: Konvertierung der Landnutzungsklassen in Risikogebiete

Durch die Zuweisung eines Schadenspotentials zu jeder Landnutzungsklasse wird die CLC-Karte zu einer Risikokarte (siehe Abbildung 4.5). Die Polygone der Risikokarte können entsprechend als Risikopolygone bezeichnet werden. Die Nutzung der Landnutzungsklassen ermöglicht eine flächendeckende Potentialverteilung, die Unterschiede in den örtlichen Gegebenheiten zwischen Flächen gleicher Nutzungsklasse jedoch nicht berücksichtigt. Dazu wäre eine individuelle Schadensbeurteilung jeder einzelnen Fläche nötig, indem weitere Datenerhebungen, wie beispielsweise Angaben zur Bevölkerungsdichte, verwendet werden. Solche Daten sind flächendeckend nur schwer verfügbar, die zudem aufwendig aufbereitet werden müssten, so dass sie in dieser Arbeit nicht betrachtet werden.

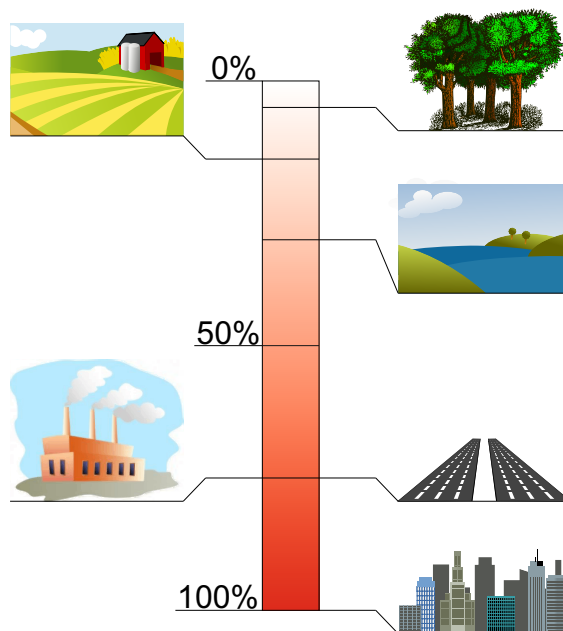


Abbildung 4.6.: Zugrundeliegende Risikozuweisung zu den Landnutzungsklassen

Um die Verwendung einer Risikokarte dennoch zu demonstrieren, wurde daher eine normierte, empirische Potentialverteilung gewählt. Abbildung 4.6 veranschaulicht die

genutzte Zuweisung. In Abschnitt 4.2 wurde bereits festgestellt, dass sich Personen größtenteils in Gebäuden oder deren Nähe aufhalten. Da das in ALAADy betrachtete Fluggerät eine hohe Abflugmasse hat, können diese Gebäude keinen ausreichenden Schutz mehr gewährleisten, zudem sind hohe Sachschäden zu erwarten, weshalb Stadt- und Industriegebieten ein hohes Potential zugewiesen wird. Unbewohntes Gelände hingegen birgt weniger Möglichkeiten für Personen- oder Sachschäden und hat ein entsprechend geringes Potential.

### 4.3. Segmentierung des Flugpfades

Die parametrische Darstellung einer Trajektorie kann, durch deren Auswertung an vielen verschiedenen Punkten, in eine diskrete Darstellung überführt werden. Die direkte Verbindung zweier benachbarter Punkte auf der Trajektorie ist ein Liniensegment. Zwei benachbarte Liniensegmente können zu einem größeren Segment zusammengefasst werden (siehe Abbildung 4.7). Dadurch wird der Verbindungspunkt der beiden Segmente zum Mittelpunkt des größeren Segmentes und liegt auf der Trajektorie. Wertet man diesen Punkt in geodätischen Koordinaten aus, erhält man die Position des Punktes und, über die Auswertung der ersten Ableitung der Kurve, auch den dort vorgesehenen Bahngeschwindigkeitsvektor. Da in den folgenden Abschnitten nur eine vereinfachte Betrachtung eines Fluggerätes verwendet wird, reichen diese Informationen zur Definition des Fahrzeugzustands in diesem Punkt völlig aus. Mit Hilfe der Polardarstellung der Bahngeschwindigkeit wird folgender Ausgangszustand definiert:

$$\underline{x}_{Tr}(t_0) = \begin{pmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \\ V_K \\ \gamma_K \\ \chi_K \end{pmatrix} (t_0) \quad (4.3)$$

Die Risikoberechnung nach Gleichung 4.2 erfordert die Berechnung der Segmentflugzeit  $t_{Segment}$ . Wählt man die Segmentlänge klein genug, kann angenommen werden, dass die Bahngeschwindigkeit des Luftfahrzeugs über das Segment konstant ist. Diese Annahme erfordert die Einführung einer maximalen Segmentlänge  $L_{max}$ , und einer maximalen lateralen Abweichung des Liniensegmentes vom Flugpfad  $h_{max}$  die bei der Diskretisierung nicht überschritten werden darf. Zu groß gewählte Segmente führen auch zu einer schlechten Auflösung des Schadenspotentials am Boden. Dieser Effekt wird in Abschnitt 5.5 näher erläutert. Die Flugzeit kann mit Hilfe der approximierten Segmentlänge wie folgt berechnet werden:

$$t_{Segment} = \frac{\|\vec{p}_{eval} - \vec{p}_{from}\| + \|\vec{p}_{to} - \vec{p}_{eval}\|}{V_K} \quad (4.4)$$



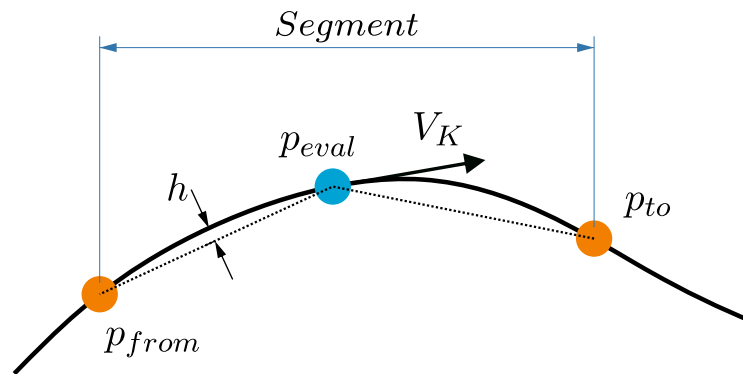


Abbildung 4.7.: Die Abbildung zeigt ein beispielhaftes Segment des Flugpfades. Die gestrichelten Linien sind die euklidischen Distanzen, mit denen die Segmentlänge bestimmt wird.

## 4.4. Berechnung des Landebereiches

In Abschnitt 3.2.1 wurde die Erreichbarkeitsmenge eingeführt und gezeigt, dass die Berechnung einer wahrscheinlichkeitsverteilten Menge von Folgezuständen (*belief space*), mögliche Flugverläufe eines UAVs darstellt. Ein Fluggerät bewegt sich in drei Dimensionen fort, weshalb auch die räumliche Interpretation der Erreichbarkeitsmenge dreidimensional ist. Da ein Luftfahrzeug nicht unterhalb der Erdoberfläche fliegt, bildet diese eine vertikale Beschränkung der Erreichbarkeitsmenge. Somit verbleibt auf der Höhe des Erdbodens nur noch eine horizontale, zweidimensionale Positionsunsicherheit. Dies ist der gesuchte Landebereich des Luftfahrzeugs.

Damit die Erreichbarkeitsmenge zur Bestimmung des Landebereiches genutzt werden kann, muss sie zunächst berechnet werden. Diese Berechnung wird in den folgenden Abschnitten erläutert. Anschließend wird in Abschnitt 4.4.4 eine Methode vorgestellt, welche für die Überführung der Erreichbarkeitsmenge in den Landebereich genutzt wird.

### 4.4.1. Auswahl einer zeiteffizienten Methode zur Berechnung der Erreichbarkeitsmenge

Wie in Abschnitt 3.2.1 bereits festgestellt wurde, handelt es sich bei Fluggeräten um nichtlineare Systeme, die verschiedenen Störeinflüssen ausgesetzt sind. Um das Verhalten eines solchen Systems vorhersehen zu können, müssen die Störeinflüsse bzw. Unsicherheiten zunächst in Modellen erfasst werden. Viele Unsicherheiten, wie der Wind als Umwelteinfluss und Fehler in der Sensorwahrnehmung, die sich direkt auf die Steuerung des Luftfahrzeuges auswirken, lassen sich wahrscheinlichkeits-theoretisch darstellen. In [PR09] wird gezeigt, dass sich Abweichungen in der Positionsbestimmung, die durch verrauschte Messsignale und fehlerbehaftete Navigationssensorik



verursacht werden, durch Normalverteilungen annähern lassen. Der Windeinfluss ist eine Komposition aus Prozessen verschiedener Frequenzen, die zum Teil vorhersagbar sind (mittlere Windgeschwindigkeit), andernteils aber auch chaotisch sein können (Böen und Turbulenzen). Deshalb kann der Einfluss des Windes nicht exakt durch ein einheitliches Wahrscheinlichkeitsmodell, wie beispielsweise die Normalverteilung, modelliert werden. Die Trägheit des Luftfahrzeugs an sich oder auch die Trägheit der Regelung in Bezug auf äußere Störungen sind Unsicherheiten, die unter Umständen durch keine Wahrscheinlichkeitsverteilung geeignet darstellbar sind. Ihre Vorhersage stützt sich idealerweise auf eine genaue Kenntnis des Regelkreises und dessen Reaktion auf äußere Störungen. Dieses Verhalten des Luftfahrzeugs wird im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet.

Die Berechnung der Erreichbarkeitsmenge erfordert eine Methode, die auf die nicht-linearen Bewegungsgleichungen des Fluggerätes anwendbar ist und zudem die Auswirkungen der verschiedenen Unsicherheiten berücksichtigt. Ein Mittel zur Lösung dieses Problems ist die Verwendung eines Partikelfilters, beispielsweise in der Form einer Monte-Carlo-Studie. Für die Anwendung dieser Methode müssen keine Vereinfachungen der UAV- und Unsicherheitsmodelle gemacht werden, sodass sehr genaue Ergebnisse zu erwarten sind. Die Monte-Carlo-Methode basiert jedoch auf der mehrfachen Simulation möglicher Flugverläufe nach der Terminierung, was zu einem hohen Rechenaufwand führt. Dieser Effekt quantifiziert sich umso mehr, wenn in einem Graphen mit vielen Kanten, viele Segmente pro Kante berechnet werden müssen. Deshalb ist eine Monte-Carlo-Simulation sehr laufzeitintensiv. Darüber hinaus wird ihre Verwendbarkeit in Echtzeitberechnungen in [LSH] angezweifelt.

Eine schnellere Berechnungsmethode ist die normalverteilte zeitdiskrete Zustandssprädiktion, die nachfolgend mit NZZP abgekürzt wird. Darin werden sämtliche Störeinflüsse auf das System, sowie die Unsicherheit des Systemzustands mithilfe einer Normalverteilung beschrieben. Wie zu Beginn dieses Abschnitts bereits festgestellt wurde, sind aber nicht alle Unsicherheiten normalverteilt, so dass die NZZP diese nicht exakt abbilden kann. Zudem führt die zeitliche Diskretisierung kontinuierlicher Systeme und die für die NZZP notwendige Linearisierung nichtlinearer Systeme, wie dem UAV-Modell, zu weiteren Fehlern. Die Stärke der NZZP ist ihre hohe Rechengeschwindigkeit, weshalb sie beispielsweise im Prädiktionsschritt eines Extended Kalman Filters (EKF), der häufig in Echtzeitsystemen genutzt wird, Anwendung findet. Beispiele dafür sind die Arbeiten [LSH], die die NZZP direkt anwendet, und [PR09], die den Extended-Kalman-Filter für *belief space*-Planungen in Echtzeit nutzt.

Trotz der schlechteren Genauigkeit der NZZP, ist diese, aufgrund der wesentlich schnelleren Laufzeit, der Monte-Carlo-Simulation vorzuziehen. Durch die konsequente Anwendung konservativer Abschätzungen innerhalb der Normalverteilungen der NZZP ist es möglich, die Größe der Erreichbarkeitsmenge bzw. des Landebereiches zu überschätzen, sodass diese die unbekannte, exakte Lösung stets einhüllt. Die Qualität dieser Schätzung bzw. ihr Fehler, kann mit einer Monte-Carlo-Studie optimiert werden. Da eine solche Optimierung seltener durchgeführt wird, als die Berechnung einer Erreichbarkeitsmenge, sind die Laufzeitanforderungen weniger streng und die Genauigkeit einer Monte-Carlo-Studie kann voll ausgenutzt werden. Der Aufbau und die Anwendung der Monte-Carlo-Simulation wird in Abschnitt 4.6.2 erläutert.

#### 4.4.2. Belief Space - Die normalverteilte zeitdiskrete Zustandsprädiktion

Die Grundlage der Zustandsschätzung ist die Anwendung des Satzes von Bayes, indem vorausgesetzt wird, dass die Wahrscheinlichkeit des aktuellen Systemzustands nur von der Wahrscheinlichkeit des vorherigen Systemzustands abhängt. Diese Art der Vorhersage ist eng mit der, in Abschnitt 3.2.1 vorgestellten, Markov-Annahme verwandt, weshalb die Zustandsraumschätzung mithilfe der Normalverteilung ein sogenanntes Gauß-Markov-Modell ist [Hua].

Die NZZP soll im Rahmen dieser Arbeit Berechnungsschleifen in einer vorwärts gerichteten Simulation mit konstanten Zeitschritten  $\Delta t$  durchführen. Beginnend mit einem normalverteilten Anfangszustand, berechnet die NZZP aus dem Erwartungswert des Vorgängerzustands, im Rahmen einer störungsfreien Rechnung, den Erwartungswert des Folgezustands. Für die Varianzschätzung wird das betrachtete System um den Vorgängerzustand linearisiert und damit die Wahrscheinlichkeitsverteilung des wahren Systemzustands um den neuen Erwartungswert ermittelt. Dies geschieht, indem eine normalverteilte Kovarianzmatrix aus der vorherigen Verteilung und einem Störungseinfluss, der während des Zustandsübergangs wirkt, berechnet wird. Dazu ist eine genaue Kenntnis des Systemverhaltens, in Form einer diskreten Gleichung für den Zustand  $\underline{x}$ , nötig, der mithilfe eines Systems aus nichtlinearen, multidimensionalen Bewegungsgleichungen  $f$  berechnet wird:

$$\underline{x}^t = f\left(\underline{x}^{t-1}, \underline{u}^{t-1}, \underline{z}^{t-1}\right) \quad (4.5)$$

Der Vektor  $\underline{u}$  enthält alle Steuereingänge des Systems, wie beispielsweise eine ausgeschlagene Ruderfläche oder den Triebwerksschub. Die Störeinflüsse werden durch den Vektor  $\underline{z}$  repräsentiert. Eine normalverteilte Störung kann in einen statischen und einen stochastischen Anteil aufgeteilt werden [LSH]:

$$\underline{z}^t = \bar{\underline{z}}^t + \delta \underline{z}^t \quad (4.6)$$

Wegen der Symmetrie der Normalverteilung ist der Erwartungswert der Störung gleich dem statischen Anteil aus Gleichung 4.6:

$$\underline{E}\left(\underline{z}^t\right) = \bar{\underline{z}}^t \quad (4.7)$$

Nun wird mithilfe der Bewegungsgleichungen aus dem alten Systemzustand, der Erwartungswert des aktuellen Systemzustands ermittelt. Nach Gleichung 4.7 bleibt von der Störung nur der statische Anteil übrig:

$$\underline{E}^t = f\left(\underline{x}^{t-1}, \underline{u}^{t-1}, \bar{\underline{z}}^{t-1}\right) \quad (4.8)$$

Ebenso wird die Kovarianzmatrix  $\mathbf{P}$ , die die Wahrscheinlichkeitsverteilung um den Er-

wartungswert des Systemzustands enthält, aus dem alten Zustand geschätzt:

$$\mathbf{P}^t = \mathbf{F}^{t-1} \mathbf{P}^{t-1} \mathbf{F}^{t-1T} + \mathbf{Z}^{t-1} \mathbf{Q}^{t-1} \mathbf{Z}^{t-1T} \quad (4.9)$$

Darin sind  $\mathbf{F}$  und  $\mathbf{Z}$  die Jacobimatrizen des nichtlinearen, multidimensionalen Gleichungssystems, bezogen auf die Zustands- bzw. Störvariablen:

$$\mathbf{F}^{t-1} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f^{t-1}}{\partial x_1^{t-1}} & \frac{\partial f^{t-1}}{\partial x_2^{t-1}} & \dots & \frac{\partial f^{t-1}}{\partial x_n^{t-1}} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

$$\mathbf{Z}^{t-1} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f^{t-1}}{\partial z_1^{t-1}} & \frac{\partial f^{t-1}}{\partial z_2^{t-1}} & \dots & \frac{\partial f^{t-1}}{\partial z_n^{t-1}} \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

Die Matrix  $\mathbf{Q}$  enthält die Standardabweichungen der Störungen, die bei jedem Berechnungsdurchgang auf die Kovarianzmatrix aufaddiert werden. Im Allgemeinen können sich die Standardabweichungen der Störungen während der Berechnung ändern, so dass die Gestalt von  $\mathbf{Q}$  variiert. Im Folgenden soll dies jedoch nicht der Fall sein, so dass gilt:

$$\mathbf{Q}^{t-1} = \mathbf{Q}^0 \quad (4.12)$$

$\underline{E}$  und  $\mathbf{P}$  bilden zusammen die gesuchte Erreichbarkeitsmenge.

#### 4.4.3. Art der Flugterminierung und Bewegungsgleichungen

Damit die NZZP eine Erreichbarkeitsmenge berechnen kann, muss das Gleichungssystem  $f$ , das im vorherigen Abschnitt eingeführt wurde, aufgestellt werden. Damit dies möglich ist, muss das Systemverhalten, vom Zeitpunkt der Flugterminierung bis zum Erreichen des Erdbodens, modelliert werden. Prinzipiell erlaubt die NZZP die Definition beliebig vieler Systemzustände, so dass ein vollständiges kinematisches Modell für ein Luftfahrzeug zum Einsatz kommen kann. Dieses Modell kann man um Störungen erweitert werden, die die physikalischen Auswirkungen eines kritischen Fehlers, wie beispielsweise Ausfälle von Motoren oder Steuerflächen, simulieren. Auch können aktive Maßnahmen zur Schadensvermeidung modelliert werden. Beispiele dafür wären Steuerrouninen, die das UAV automatisch auf Bereiche mit geringem Schadenspotential zufliegen lassen, oder durch Aktivierung eines Fallschirms und bestimmte Flugmanöver, die kinetische Energie reduzieren. Dem Umfang und der Komplexität der kinematischen Modelle sind aus Sicht der Berechenbarkeit keine Grenzen gesetzt, sodass verschiedene Terminierungsverfahren betrachtet werden können. Es sollte jedoch erwähnt werden, dass, durch die Verwendung von Bewegungsgleichungen höherer Ordnung, der Linearisierungsfehler zunimmt und die Genauigkeit der NZZP abnimmt.

Im Folgenden wird zur Demonstration der Risikoberechnung ein stark vereinfachtes Modell, für die Flugterminierung mit einem Fallschirm, erarbeitet und genutzt. Fallschirme sind eine verhältnismäßig kostengünstige und verlässliche Technologie, deren Verwendung in unbemannten Luftfahrzeugen, zur möglichen Erhöhung der Si-

cherheit und zur Schadensreduzierung, beispielsweise in [Wyl01] untersucht wurde. [Wyl01] kommt zu dem Schluss, dass un gelenkte Rundkappenfallschirme gut automatisierbare Sicherheitssysteme für UAVs sein können und empfiehlt deren Einsatz in eher geringeren Höhen, um Unsicherheiten aufgrund des Windversatzes zu reduzieren. Inzwischen werden Fallschirme als Rettungssysteme in bemannten Kleinmaschinen verwendet. Ein Beispiel dafür ist das von Cirrus Aircraft entwickelte Airframe Parachute System (CAPS). Dieses System wird vom Piloten in Notfallsituationen per Hand ausgelöst. Bei Verwendung in einem unbemannten Fluggerät könnte die Auslösung einem Sicherheitsmonitor an Bord des Fluggerätes oder dem Operator überlassen werden.

Die Bewegungsgleichungen für die Flugterminierung mit einem un gelenkten Fallschirm gestalten sich sehr einfach, da außer den Gleichungen für den Fallschirmeinfluss keine Steuereinflüsse modelliert werden müssen und der maßgebende Unsicherheitsfaktor der Wind ist. Zur weiteren Vereinfachung der Gleichungen wird das Fluggerät nachfolgend als Punktmasse ohne Auftriebs- und Steuerflächen modelliert. Das bedeutet, dass die Variablenanzahl aus Gleichung 4.3 zur Beschreibung des Fahrzeugzustandes ausreicht und nicht ergänzt werden muss. Zudem hat der Hängewinkel  $\phi$  keinen Einfluss auf die Bewegung der Punktmasse, weshalb er nachfolgend vernachlässigt wird.

Die Position eines Luftfahrzeugs in erdlotfesten, kartesischen Koordinaten ist abhängig vom zeitlichen Verlauf der Bahngeschwindigkeit. Nach der Gleichung

$$\vec{V}_{K,g} = \vec{V}_{A,g} + \vec{V}_{W,g} \quad (4.13)$$

ist die Bahngeschwindigkeit eine Überlagerung der Geschwindigkeit des Luftfahrzeugs gegenüber derjenigen der durchflogenen Luftmasse und der Geschwindigkeit dieser Luftmasse gegenüber dem Erdboden (Wind). Der Wind wird analog zu Gleichung 4.6 in einen statischen und einen stochastischen Anteil getrennt:

$$\vec{V}_{W,g} = \begin{pmatrix} \bar{V}_{W,g,x} \\ \bar{V}_{W,g,y} \\ \bar{V}_{W,g,z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_W b_x \\ \delta_W b_y \\ \epsilon_W b_z \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

Der statische Anteil des Windes ist während der Rechnung bekannt. Er besteht aus der Geschwindigkeit  $V_W$  und wird über den, auf rechtweisend Nord bezogenen, Winkel  $\chi_W$  orientiert. Ein Windfeld mit konstantem Auf- bzw. Abwind kann durch den Winkel  $\gamma_W$  simuliert werden. Eine Transformation überführt die Polardarstellung des Windes in die oben verwendete kartesische Interpretation. Die Winddaten können entweder geschätzt oder auch, bei entsprechender Verfügbarkeit, aus einer Datenbank bzw. einer nahegelegenen Wetterstation abgerufen werden.

Die stochastischen Anteile  $b$  des Windes bilden die Schwankungen (Böen und Turbulenzen) der Windgeschwindigkeit und -richtung ab und werden mithilfe einer  $\mathcal{N}(0, 1)$

Normalverteilung<sup>4</sup> modelliert. Die Parameter  $\delta_W$  und  $\epsilon_W$  steuern die Intensität der Schwankungen in horizontaler bzw. vertikaler Ebene.

Die erdlotteste Position, hier beispielhaft die x-Koordinate, des Fluggerätes ergibt sich aus den Gleichungen 4.13 und 4.14 zu:

$$V_{K,g,x} = \dot{x}_g = V_A \cos(\gamma_A) \cos(\chi_A) + V_W \cos(\chi_W) \cos(\gamma_W) + \delta_W b_x \quad (4.15)$$

Für die Anwendung in der NZZP muss diese Gleichung zunächst zeitlich, unter Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung, diskretisiert werden:

$$\frac{x_g^t - x_g^{t-1}}{\Delta t} = V_A^{t-1} \cos(\gamma_A^{t-1}) \cos(\chi_A^{t-1}) + V_W \cos(\chi_W) \cos(\gamma_W) + \delta_W b_x^{t-1} \quad (4.16)$$

Somit erhält man für die x-Koordinate der Position:

$$x_g^t = x_g^{t-1} + \Delta t \cdot \left( V_A^{t-1} \cos(\gamma_A^{t-1}) \cos(\chi_A^{t-1}) + V_W \cos(\chi_W) \cos(\gamma_W) + \delta_W b_x^{t-1} \right) \quad (4.17)$$

Die Berechnung der anderen Koordinaten folgt demselben Schema.

Der Vorgang der Fallschirmöffnung ist sehr kompliziert, da er aus mehreren, teils überlagerten physikalischen Effekten besteht. Zu diesen Effekten gehören die Streckung und allmähliche Entfaltung der Fallschirmkappe, die die Fallschirmkraft kontinuierlich und nicht schlagartig ansteigen lassen. Dieser Verlauf wird in den kinematischen Gleichungen vereinfacht mit einem PT1-Verzögerungsglied dargestellt:

$$PT1_{Para} = \left( 1 - e^{-\frac{t-t_0}{T_{Para}}} \right) \quad (4.18)$$

Darin ist  $t_0$  der Zeitpunkt der Flugterminierung, an dem die Entfaltung des Fallschirms beginnt.

Zudem wird der Auftrieb des Fallschirms vernachlässigt, weshalb die Fallschirmkraft dem aerodynamischen Geschwindigkeitsvektor exakt entgegengerichtet ist (siehe Abbildung 4.8). Der zeitliche Verlauf der Fallschirmkraft lautet somit:

$$F_{Para,a,x} = - \left( 1 - e^{-\frac{t-t_0}{T_{Para}}} \right) \frac{\rho}{2} V_A^2 c_{D,Para} S_{Para} \quad (4.19)$$

Unter den bisher getroffenen Vereinfachungen wirkt neben der Fallschirmkraft nur noch die Gewichtskraft auf das Luftfahrzeug. Ihr Anteil im aerodynamischen System beträgt:

$$G_{a,x} = -g \sin(\gamma_A) \quad (4.20)$$

$$G_{a,z} = g \cos(\gamma_A) \quad (4.21)$$

<sup>4</sup>Notation für eine Normalverteilung mit dem Mittelwert null und der Standardabweichung von Eins.

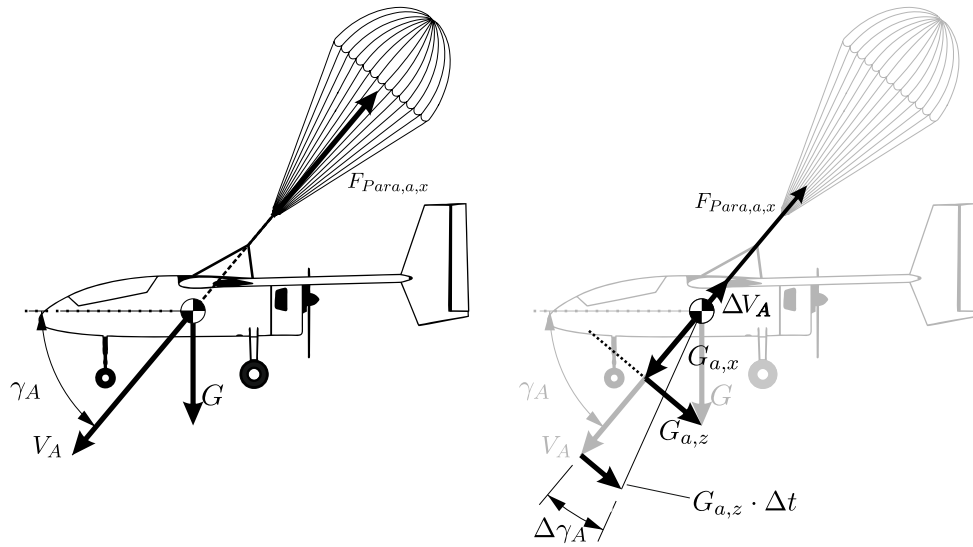


Abbildung 4.8.: Die Abbildung zeigt die wirkenden Kräfte und Geschwindigkeiten im aerodynamischen System.

Der zeitliche Verlauf der Fluggeschwindigkeit  $V_A$  resultiert aus dem Verlauf der Beschleunigung in Flugrichtung, die über das zweite Newton'sche Axiom als Summe der Kräfte dargestellt werden kann:

$$\dot{V}_A(t) = \sum a_{A,x}(t) = \frac{1}{m} \sum F_{A,x}(t) \quad (4.22)$$

Die zeitliche Diskretisierung der Gleichung führt zu:

$$V_A^t = V_A^{t-1} + \Delta t \frac{1}{m} \sum F_{a,x}^{t-1} \quad (4.23)$$

Entlang der aerodynamischen x-Achse wirken die Kräfte aus den Gleichungen 4.19 und 4.20, somit erhält man:

$$V_A^t = V_A^{t-1} + \Delta t \cdot \left( -g \sin(\gamma_A^{t-1}) - \frac{1}{m} \left( 1 - e^{-\frac{t-t_{term}}{T_{Para}}} \right) \frac{\rho}{2} (V_A^{t-1})^2 c_{D,Para} S_{Para} \right) \quad (4.24)$$

Der Queranteil der Gewichtskraft  $G_{a,z}$  induziert eine Geschwindigkeit senkrecht zur Fluggeschwindigkeit, wodurch sich der Neigungswinkel  $\gamma_A$  ändert (siehe Abbildung 4.8). Mithilfe des Tangens lässt sich diese Abweichung zeitdiskret wie folgt darstellen:

$$\gamma_A^t = \gamma_A^{t-1} - \arctan \left( \frac{\Delta t}{V_A^{t-1}} g \cos(\gamma_A^{t-1}) \right) \quad (4.25)$$

Zur Beschreibung des Flugzeugzustands fehlt noch der Kurswinkel  $\chi_A$ . Ohne vorhandene Steuerflächen kann dieser von der Punktmasse jedoch nicht beeinflusst werden, weshalb der Kurswinkel konstant bleibt. Die entsprechende Gleichung lautet:

$$\chi_A^t = \chi_A^{t-1} \quad (4.26)$$

Zusammengefasst ergeben die diskretisierten Gleichungen für die Zustandsvariablen (vgl. Gleichung 4.5) das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} x_g^t \\ y_g^t \\ z_g^t \\ V_A^t \\ \gamma_A^t \\ \chi_A^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_g^{t-1} + \Delta t \cdot \left( V_A^{t-1} \cos(\gamma_A^{t-1}) \cos(\chi_A^{t-1}) + V_W \cos(\chi_W) \cos(\gamma_W) + \delta_W b_x^{t-1} \right) \\ y_g^{t-1} + \Delta t \cdot \left( V_A^{t-1} \cos(\gamma_A^{t-1}) \sin(\chi_A^{t-1}) + V_W \sin(\chi_W) \sin(\gamma_W) + \delta_W b_y^{t-1} \right) \\ z_g^{t-1} - \Delta t \cdot \left( V_A^{t-1} \sin(\gamma_A^{t-1}) - V_W \sin(\gamma_W) + \epsilon_W b_z^{t-1} \right) \\ \left( V_A^{t-1} - \Delta t \cdot \left( g \sin(\gamma_A^{t-1}) + \frac{1}{m} \left( 1 - e^{-\frac{t-t_0}{T_{Para}}} \right) \frac{\rho}{2} (V_A^{t-1})^2 c_{D,Para} S_{Para} \right) \right) \\ \gamma_A^{t-1} - \arctan \left( \frac{g \Delta t}{V_A^{t-1}} \cos(\gamma_A^{t-1}) \right) \\ \chi_A^{t-1} \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

Die Jacobimatrix dieses Gleichungssystems ist nach Gleichung 4.10:

$$\mathbf{F}^{t-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta t \cos(\gamma_A^{t-1}) \cos(\chi_A^{t-1}) & -\Delta t V_A^{t-1} \sin(\gamma_A^{t-1}) \cos(\chi_A^{t-1}) & -\Delta t V_A^{t-1} \cos(\gamma_A^{t-1}) \sin(\chi_A^{t-1}) \\ 0 & 1 & 0 & \Delta t \cos(\gamma_A^{t-1}) \sin(\chi_A^{t-1}) & -\Delta t V_A^{t-1} \sin(\gamma_A^{t-1}) \sin(\chi_A^{t-1}) & \Delta t V_A^{t-1} \cos(\gamma_A^{t-1}) \cos(\chi_A^{t-1}) \\ 0 & 0 & 1 & -\Delta t \sin(\gamma_A^{t-1}) & -\Delta t V_A^{t-1} \cos(\gamma_A^{t-1}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{\Delta t}{m} \left( 1 - e^{-\frac{t-t_0}{T_{Para}}} \right) \rho V_A^{t-1} c_{D,Para} S_{Para} & -\Delta t g \cos(\gamma_A^{t-1}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\Delta t g \cos(\gamma_A^{t-1})}{\Delta t^2 g^2 \cos^2(\gamma_A^{t-1}) + (V_A^{t-1})^2} & 1 + \frac{\Delta t g V_A^{t-1} \sin(\gamma_A^{t-1})}{\Delta t^2 g^2 \cos^2(\gamma_A^{t-1}) + (V_A^{t-1})^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

Schließlich wird die Jacobimatrix der Störeinflüsse nach Gleichung 4.11 bestimmt:

$$\mathbf{Z}^{t-1} = \begin{pmatrix} \Delta t \cos(\gamma_W^{t-1}) \cos(\chi_W^{t-1}) & -\Delta t V_W^{t-1} \sin(\gamma_W^{t-1}) \cos(\chi_W^{t-1}) & -V_W^{t-1} \Delta t \cos(\gamma_W^{t-1}) \sin(\chi_W^{t-1}) & \Delta t \delta_W & 0 & 0 \\ \Delta t \cos(\gamma_W^{t-1}) \sin(\chi_W^{t-1}) & -\Delta t V_W^{t-1} \sin(\gamma_W^{t-1}) \sin(\chi_W^{t-1}) & \Delta t V_W^{t-1} \cos(\gamma_W^{t-1}) \cos(\chi_W^{t-1}) & 0 & \Delta t \delta_W & 0 \\ -\Delta t \sin(\gamma_W^{t-1}) & -\Delta t V_W^{t-1} \cos(\gamma_W^{t-1}) & 0 & 0 & 0 & \Delta t \epsilon_W \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

Für die Anwendung der NZZP fehlen noch die Anfangsbedingungen, die im ersten Berechnungsschritt verwendet werden. In Abschnitt 4.3 wurde festgelegt, dass der Systemzustand eines Trajektoriensegments als Ausgangspunkt der Rechnung dienen soll. Es ist erkennbar, dass die Variablen aus der Trajektorie (vgl. Gleichung 4.3) eine Bahngeschwindigkeit definieren, während der Erwartungswert der NZZP die aerodynamische Geschwindigkeit enthält. Deshalb muss vor dem Beginn der Rechnung eine Umrechnung der Geschwindigkeiten nach 4.13 vorgenommen werden. Da die Schwankungen des Windvektors nicht festgelegt werden können, wird bei der Umrechnung nur der statische Anteil verwendet.

Die Unsicherheit des Anfangszustandes wird von  $\mathbf{P}^0$  festgelegt:

$$\mathbf{P}^0 = \begin{pmatrix} \sigma_{x,0}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{y,0}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{z,0}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{V_A,0}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\gamma_A,0}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\chi_A,0}^2 \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

Darin beziffern die Standardabweichungen  $\sigma_{x,0}$ ,  $\sigma_{y,0}$ ,  $\sigma_{z,0}$  die Positionsungenauigkeit, die z.B. durch Fehler in der Positionsbestimmung per GPS entstehen. Die anderen Standardabweichungen entstehen aus Messfehlern und Abweichungen vom Sollzustand.

Das einzig noch nicht definierte Element ist  $\mathbf{Q}^0$ :

$$\mathbf{Q}^0 = \begin{pmatrix} \sigma_{V_W,0}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\gamma_W,0}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\chi_W,0}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{b_x,0}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{b_y,0}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{b_z,0}^2 \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

Diese Matrix enthält die Standardabweichungen des Windeinflusses. Die Parameter  $\sigma_{V_W,0}^2$ ,  $\sigma_{\gamma_W,0}^2$ ,  $\sigma_{\chi_W,0}^2$  beschreiben Fehler bzw. Ungenauigkeiten bei der Windmessung und berücksichtigen kleine Änderungen des statischen Windes während der Berechnung. Die Standardabweichungen der stochastischen Größe  $b$  wurden bereits festgelegt, so dass gilt:

$$\sigma_{b_x,0} = \sigma_{b_y,0} = \sigma_{b_z,0} = 1 \quad (4.32)$$

#### 4.4.4. Berechnung des Landebereiches aus der Erreichbarkeitsmenge

Schneidet man die Kovarianzen der kartesischen Koordinaten aus der Kovarianzmatrix  $\mathbf{P}$  heraus, erhält man die  $3 \times 3$ -Matrix  $\mathbf{Kov}_{xyz}$ . Diese Matrix stellt die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des UAVs in allen drei Raumrichtungen um den Erwartungswert dar, die nach Abschnitt 2.5.3 als Unsicherheitsellipsoid interpretiert werden kann. Reduziert man  $\mathbf{Kov}_{xyz}$  auf die x,y-Ebene, durch einen horizontalen Schnitt durch den Ursprung des Ellipsoiden, erhält man  $\mathbf{Kov}_{xy}$  und damit eine Ellipse, die nach den Methoden aus Abschnitt 2.5.3 analysiert werden kann. Die Wahrscheinlichkeitsdichte (vgl. Gleichung 2.12) der Ellipse bzw. des Ellipsoiden heißt  $\mathcal{L}$ .



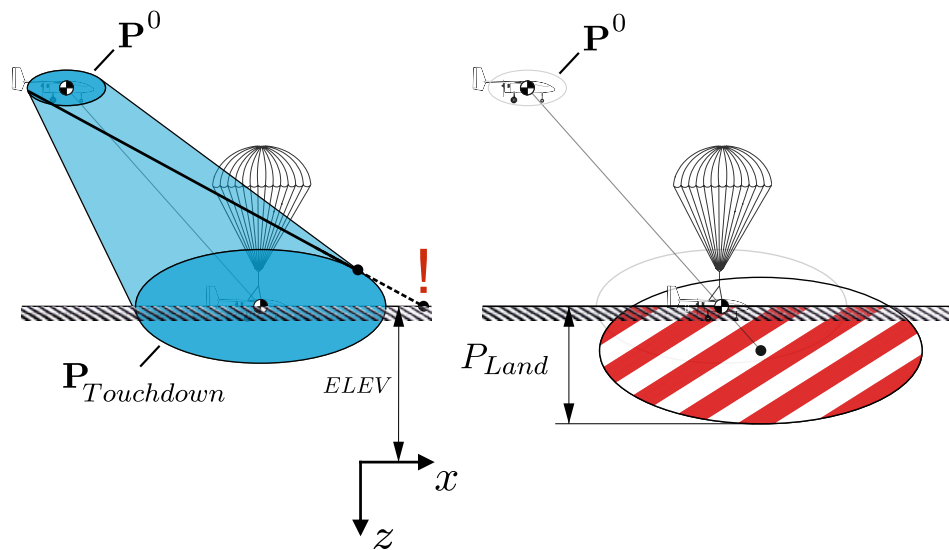


Abbildung 4.9.: Landewahrscheinlichkeit

Damit diese Ellipse den Landebereich darstellt, muss zunächst festgelegt werden, zu welchem Zeitpunkt die Berechnungsschleife der NZZP beendet werden soll. Dies könnte der Fall sein, wenn der Erwartungswert der UAV-Position den Erdboden erreicht ( $x_{Land}, y_{Land}, ELEV$ ). Diese Position ist der wahrscheinlichste Landeort des UAV. Die Höhe  $ELEV$  des Erdbodens könnte aus der Datenbank (siehe Abschnitt 4.2) abgerufen werden.

Wie im linken Teil der Abbildung 4.9 verdeutlicht wird, kann das UAV, aufgrund der Dreidimensionalität der Erreichbarkeitsmenge  $P_{Touchdown}$ , zu diesem Zeitpunkt schon länger gelandet sein, oder sich noch in der Luft befinden. Letzteres könnte dazu führen, dass das UAV außerhalb von  $P_{Touchdown}$  landet. Ein Beispiel für diesen Fall ist in der Abbildung 4.9 dargestellt.

Um diesem Fall vorzubeugen wird die Berechnungsschleife auch nach dem Erreichen des Erdbodens weiter fortgesetzt und erst beendet, wenn das UAV mit einer festgelegten Landewahrscheinlichkeit  $P_{Land}$  gelandet ist. Dadurch werden die Störungen in  $Q^0$  weiter auf  $P$  aufaddiert, weshalb die Erreichbarkeitsmenge auf den Landepunkt aus dem Beispiel ausgedehnt wird. Der rechte Teil der Abbildung 4.9 deutet an, dass das Zentrum der erweiterten Erreichbarkeitsmenge, unterhalb der Erdoberfläche liegt. Dies ist jedoch unrealistisch, da das UAV den Erdboden einerseits nicht durchdringen kann, andererseits der wahrscheinlichste Landeort auf der Erdoberfläche liegt. Deshalb wird die erweiterte Erreichbarkeitsmenge in den zuvor gefundenen wahrscheinlichsten Landeort ( $x_{Land}, y_{Land}, ELEV$ ) verschoben.

Die Landewahrscheinlichkeit erhält man über die Berechnung der Wahrscheinlichkeit für den Aufenthalt des UAV unterhalb der gedachten Erdoberfläche. Hierfür muss das dreidimensionale Integral über die Wahrscheinlichkeitsdichte des Unsicherheitsellip-

soiden berechnet werden (vgl. Gleichung 2.22):

$$P_{Land} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{z=ELEV}^{\infty} \mathcal{L}(x, y, z) \, dx dy dz \quad (4.33)$$

Eine Möglichkeit zur numerischen Berechnung des Integrals ist in [Gen92] zu finden. Steigt die Landewahrscheinlichkeit  $P_{Land}$  über einen festgelegten Schwellwert, gilt das UAV als gelandet, die Berechnungsschleife der NZZP wird beendet und damit ist der Landebereich bekannt. An dieser Stelle soll darauf hingewiesen werden, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Landebereiches aufgrund dieser Methode mit  $P_{Land}$  verknüpft ist. Damit die Aussagefähigkeit des Landebereiches nicht gefährdet wird, muss der Schwellwert von  $P_{Land}$  groß genug gewählt werden. Andernfalls besteht die Gefahr, dass der Landebereich zu klein gerät, und nicht alle möglichen Landeorte eingehüllt werden.

#### 4.4.5. Gewichtung des Schadenspotentials mit Hilfe des Landebereiches

Wie in Abschnitt 4.2 bereits erwähnt wurde, wird die Verteilung des Schadenspotentials am Boden durch zweidimensionale Polygone mit einer normierten Gewichtung repräsentiert. Das Gewicht eines einzelnen Polygons heißt  $s_{Polygon}$ . Je nach Gestalt der Wahrscheinlichkeitsverteilung eines betrachteten Landebereiches ist es unterschiedlich wahrscheinlich, dass das UAV in einem dieser Polygone landet. Im Falle der hier genutzten Normalverteilung ist die Landung in Polygonen nahe dem Zentrum des Landebereiches deutlich wahrscheinlicher, als in größerer Entfernung. Im Folgenden soll die Wahrscheinlichkeit für eine Landung in einem Polygon als Trefferwahrscheinlichkeit  $P_{Treffer, Polygon}$  bezeichnet werden.

Aufgrund der unendlichen Ausdehnung der Normalverteilung ist es theoretisch möglich, allen Risikopolygonen der verwendeten Risikokarte eine Trefferwahrscheinlichkeit zuzuordnen. Das hier betrachtete Szenario hat einen lokal sehr begrenzten Landebereich zur Folge, weshalb es sinnvoll ist, nicht alle verfügbaren Polygone in die Rechnung einzubeziehen, um Speicherplatz und Laufzeit einzusparen. Mithilfe der Gleichung 2.23 aus Abschnitt 2.5.3 ist es möglich, einen Rand des Landebereiches einzuführen, indem eine Wahrscheinlichkeit  $P_{Treffer, LB}$  für die Landung innerhalb der Landeellipse verwendet wird. Die für die Schadenspotentialrechnung relevanten Polygone, liegen innerhalb des gewählten Ellipsenrandes oder werden von diesem geschnitten bzw. berührt und können daher auch aus der Ellipse herausragen. Daraus resultiert die folgende Ungleichung:

$$P_{Treffer, LB} \leq \sum_{Polygon} P_{Treffer, Polygon} \quad (4.34)$$

Mithilfe der Normalverteilung kann  $P_{Treffer, Polygon}$  für alle ausgewählten Polygone einzeln berechnet werden. Die Gleichung 2.22 aus Abschnitt 2.5.2 ist eine Möglichkeit, die Trefferwahrscheinlichkeit für eine achsenparallele Rechteckfläche zu berechnen. Deshalb wird die *Minimal Axis-Aligned Bounding Box* (MAABB) jedes Polygons zur

Schätzung der Trefferwahrscheinlichkeit herangezogen. Es gilt:

$$A_{Polygon} \leq A_{MAABB, Polygon} = (x_{BB,up} - x_{BB,low}) \cdot (y_{BB,up} - y_{BB,low}) \quad (4.35)$$

Da die MAABB flächenmäßig mindestens genau so groß ist wie das Polygon, das sie umschließt, wird die Trefferwahrscheinlichkeit immer überschätzt und führt zu einer konservativen Abschätzung des Risikos. Überlappen sich die MAABBs zweier benachbarter Polygone, geht das überlappede Gebiet zweifach in die Schadenspotentialrechnung ein (siehe Abbildung 4.10). Diesen Fehler kann man korrigieren, indem das Flächenverhältnis  $A_{Polygon}/A_{MAABB, Polygon}$  als Korrekturfaktor für die Trefferwahrscheinlichkeit verwendet wird:

$$P_{Treffer, Polygon} = \frac{A_{Polygon}}{A_{MAABB, Polygon}} \int_{x_{BB,low}}^{x_{BB,up}} \int_{y_{BB,low}}^{y_{BB,up}} \mathcal{L}(x, y) dx dy \quad (4.36)$$

Die Nutzung des Korrekturfaktors kann zur Unterschätzung der Trefferwahrscheinlichkeit führen (siehe Abschnitt 5.4), ist aber im Vergleich zu einer exakten Rechnung, wie sie beispielsweise in [DH80] beschrieben wird, mit weniger Rechenaufwand verbunden.

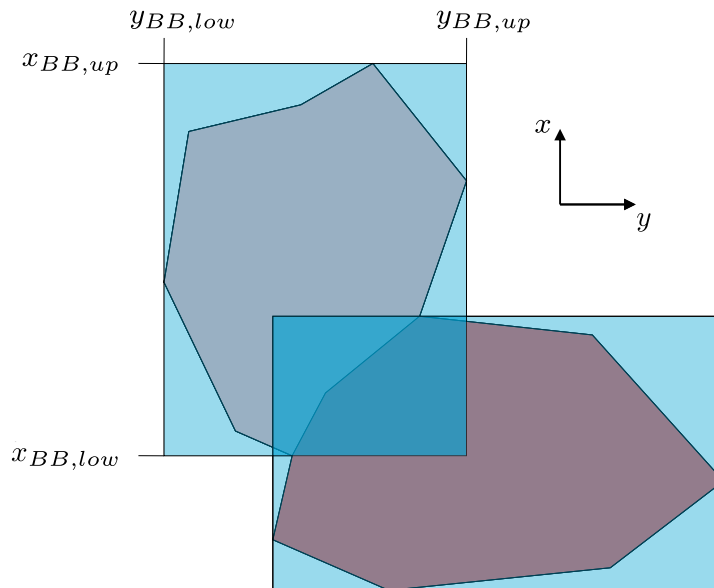


Abbildung 4.10.: Die MAABBs (blaue Flächen) zweier benachbarter Polygone können sich überschneiden (dunkelblaue Fläche). Die Koordinaten der MAABB werden am linken Polygon beispielhaft dargestellt.

In Abschnitt 4.1.2 wurde bereits die Summe  $S$  der gewichteten Schadenspotentiale für einen Landebereich eingeführt. Ist

$$P_{Treffer, LB} \approx 1 \quad (4.37)$$

kann  $P_{Treffer, Polygon}$  als normiertes Gewicht der einzelnen Risikopolygone angesehen

werden, die mit der Schadensgewichtung  $s_{Polygon}$  verrechnet und zum Gesamtschadenpotential  $S$  summiert werden kann:

$$S = \sum_{Polygon} P_{Tref fer, Polygon} \cdot s_{Polygon} \quad (4.38)$$

#### 4.4.6. Berechnung der Schadensauswirkung aus der Aufprallenergie

Zur endgültigen Bezifferung des Schadenspotentials müssen die Auswirkungen einer Notlandung des UAVs abgeschätzt werden. Auf der einen Seite könnten Schäden ohne direkten Kontakt mit dem UAV auftreten, was zum Beispiel dann der Fall ist, wenn Verkehrsteilnehmer am Boden irritiert werden und sich in der Folge Verkehrsunfälle ereignen. Diese Schäden sind von menschlichen Faktoren abhängig und deshalb nur sehr schwer abschätzbar.

Auf der anderen Seite, und besser bezifferbar, stehen die Schäden, die der Aufprall eines UAV auf Gegenstände oder Personen verursacht. Unter der Voraussetzung, dass Menschen wesentlich verwundbarer sind als kritische Infrastrukturen, fordert der Schutz von Personen eine wesentlich schärfere Begrenzung der kinetischen Energie, als der Schutz von Gebäuden und Einrichtungen. Deshalb könnten die Auswirkungen eines Schadensereignisses, bei dem ein UAV auf dem Erdboden aufschlägt, beispielsweise in Form einer Letalitätswahrscheinlichkeit für diese Personen, erfasst werden [Sec01]. Diese Wahrscheinlichkeit soll die, in Abschnitt 4.1.2 vorgestellte Schadenswahrscheinlichkeit  $P_{Schaden}$  darstellen. Nach [Sec01] werden tödliche Verletzungen durch einen direkten Zusammenstoß oder umherfliegende Trümmerteile verursacht. Beide Effekte werden umso verheerender, wenn die kinetische Energie des UAV wächst. Daher wird die Aufschlagenergie als maßgebliche Einflussgröße identifiziert. Diese wird nach der bekannten Formel

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m V_K^2 \quad (4.39)$$

berechnet. Die Letalitätswahrscheinlichkeit berechnet sich nach [Sec01] bzw. [DVP] nach der folgenden Formel (siehe auch Abbildung 4.11):

$$P_{Schaden}(E_{kin}) = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} \left( \frac{\beta}{E_{kin}} \right)^{\frac{1}{4p_s}}} \quad (4.40)$$

Darin ist  $p_s \in (0, 1]$  der sogenannte Schutzparameter, der beziffert, wie sehr die Personen in einem betrachteten Gebiet vor dem UAV von Gebäuden oder natürlichen Gegenständen im Durchschnitt geschützt sind. Ist  $p_s = 1$ , sind die Personen maximal geschützt. Der Parameter  $\alpha$  stellt die benötigte kinetische Energie für eine 50 prozentige Letalität von Personen dar, die mit dem Faktor  $p_s = 0.5$  geschützt sind. Der Faktor  $\beta$  ist die minimale kinetische Energie, die benötigt wird, um einen völlig ungeschützten Menschen tödlich zu verletzen [DVP].

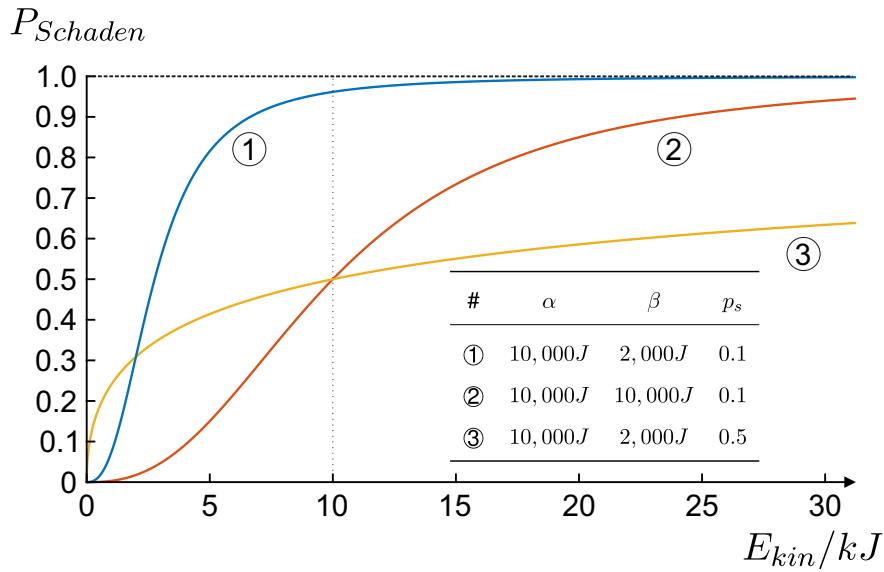


Abbildung 4.11.: Verläufe der Letalitätswahrscheinlichkeit für verschiedene Parameter. Die Parameter der Kurve ① werden für die Auswertung in Kapitel 5 verwendet. Die kinetische Energie von 35 kJ entspricht einer Masse von 25 kg mit einer Geschwindigkeit von ca. 50 m/s.

## 4.5. Anpassung der Graphsuchheuristik an die Risikoberechnung

Die Verwendung der neuen Risiko-Kostenfunktion erfordert die Anpassung der verwendeten Heuristikfunktion für die Graphensuche, damit diese statt der Flugzeit (vgl. Gleichung 3.2), das minimale Risiko zum Zielpunkt schätzt. Damit der verwendete A\*-Algorithmus optimal effizient arbeitet, muss die neue Heuristikfunktion das Monotoniekriterium aus Gleichung 3.2 erfüllen. Dazu müssen die einzelnen Bestandteile der Kostenfunktion aus Gleichung 4.2 minimal abgeschätzt werden.

Für die Abschätzung der minimalen Flugzeit, kann die bereits verwendete Heuristik aus Gleichung 3.2 verwendet werden:

$$t_{min}(u) = \frac{1}{V_{K,max}} \sqrt{(x_{uZiel} - x_u)^2 + (y_{uZiel} - y_u)^2 + (z_{uZiel} - z_u)^2} \quad (4.41)$$

Das minimale Schadenspotential  $S_{min}$  erhält man, wenn angenommen wird, dass das UAV immer in einem Risikopolygon mit dem geringsten möglichen Gewicht  $s_{Polygon,min}$  landet:

$$S_{min} = \sum_{Polygone} P_{Treffer,Polygon} \cdot s_{Polygon,min} = 1 \cdot s_{Polygon,min} \quad (4.42)$$

Zuletzt muss die minimale Aufprallenergie abgeschätzt werden, so dass  $P_{Schaden}$  ebenfalls minimal ist. Im Fall der Flugterminierung mit einem Fallschirm in einer Umgebung konstanter Luftdichte, bremst der Fallschirm das UAV auf einen stationären Wert der Sinkgeschwindigkeit ab. Der stationäre Zustand ist per Definition beschleunigungsfrei und wird daher dann erreicht, wenn sich die Widerstandskraft des Fallschirms und die Gewichtskraft des UAVs aufheben:

$$m \cdot g = \frac{\rho}{2} V_{k,min}^2 c_{D,Para} S_{Para} \quad (4.43)$$

$$V_{k,min}^2 = \frac{2mg}{\rho c_{D,Para} S_{Para}} \quad (4.44)$$

Aus Gleichung 4.44 ist ersichtlich, dass sich die minimale Sinkgeschwindigkeit weiter vermindert, wenn sich die Luftdichte erhöht. Rechnet man mit einer höhenabhängigen Luftdichte, müsste diese somit maximal abgeschätzt werden. Eine Möglichkeit wäre die Berechnung der Dichte auf Meereshöhe mithilfe aktueller Messungen und der ISA-Standardatmosphäre.

Die minimale kinetische Energie berechnet sich zu:

$$E_{kin,min} = \frac{m^2 g}{\rho c_{D,Para} S_{Para}} \quad (4.45)$$

Setzt man die getroffenen Abschätzungen in die Kostenfunktion ein, erhält man die neue Heuristikfunktion:

$$h(u) = P_{CF} \cdot \frac{\sqrt{(x_{u,Ziel} - x_u)^2 + (y_{u,Ziel} - y_u)^2 + (z_{u,Ziel} - z_u)^2}}{V_{K,max}} \cdot s_{Polygon,min} \cdot P_{Schaden}(E_{kin,min}) \quad (4.46)$$

## 4.6. Parameterschätzung

Bevor die Risiko-Kostenfunktion in einem Planungsalgorithmus verwendet werden kann, müssen die in Abschnitt 4.4.3 eingeführten Parameter bestimmt werden. Diese können in drei Kategorien eingeteilt werden: Parameter des kinematischen Modells, die Anfangsunsicherheit  $P_0$  und die Variabilität der Störungen  $Q_0$ . Die Parameter des betrachteten Luftfahrzeuges werden im folgenden Abschnitt behandelt. Nachfolgend wird gezeigt, wie die in Abschnitt 4.4.1 vorgestellte Monte-Carlo-Studie zur Parameterschätzung der beiden anderen Kategorien verwendet werden kann.

Die in diesem Abschnitt ermittelten Werte, und weitere Werte, die empirisch festgelegt wurden, stellen einen Referenzzustand für die Betrachtungen in Kapitel 5 dar und können in der Tabelle A.1 im Anhang eingesehen werden.

#### 4.6.1. Parameter des kinematischen Modells

Das im Rahmen dieser Arbeit betrachtete Luftfahrzeug Prometheus hat eine Abflugmasse von etwa 25 Kilogramm und erreicht im Horizontalflug Geschwindigkeiten von über 100 Stundenkilometern. Das maximale kinetische Potential ist dementsprechend groß genug, um schwere Schäden anrichten zu können, weshalb es als anschauliches Beispiel für die Risikoberechnung genutzt werden kann. Die noch ausstehenden Werte für den genutzten Fallschirm wurden so gewählt, dass die stationäre Sinkgeschwindigkeit des Prometheus am geöffneten Fallschirm, wenige Meter pro Sekunde beträgt. Damit wird einerseits eine ausreichende Begrenzung der kinetischen Aufschlagenergie erreicht und andererseits eine kurze Flugzeit nach der Fallschirmauslösung erzielt, so dass der Windeinfluss gering bleibt.

#### 4.6.2. Optimierung der NZZP mithilfe einer Monte-Carlo-Studie

Die hier entwickelte Monte-Carlo-Methode ist eine, analog zur NZZP, zeitdiskrete Simulation von Flugverläufen nach der Terminierung, bei der die Anfangsbedingungen und der Simulationsablauf wahrscheinlichkeitstheoretisch beeinflusst werden. Wie in Abschnitt 4.4.1 angedeutet wurde, ist der Wind der größte Unsicherheitsfaktor der Bewegung eines Fluggerätes am Fallschirm. Deshalb ist der Ausgangspunkt der Monte-Carlo-Methode eine detaillierte Windsimulation in MATLAB Simulink, die in [Sül13] genauer beschrieben wird. Das darin verwendete Windmodell besteht aus vier verschiedenen Frequenzanteilen, die getrennt voneinander berechnet und anschließend aufaddiert werden (siehe Abbildung A.1 im Anhang).

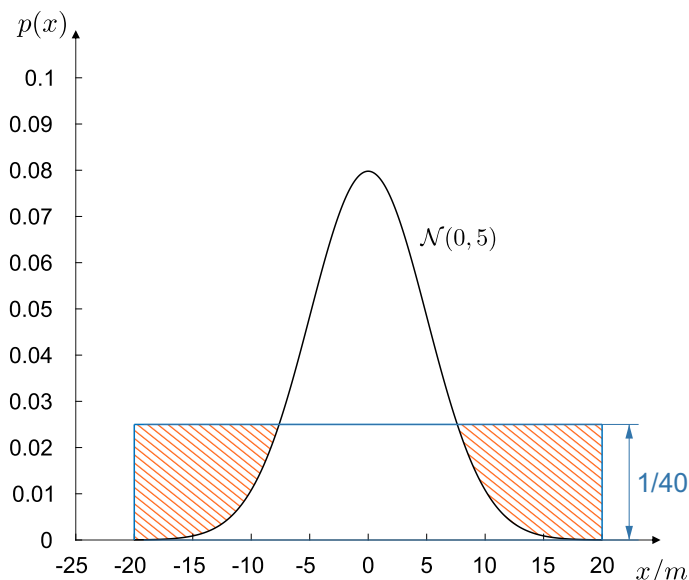


Abbildung 4.12.: Vergleich von Normal- und Gleichverteilung. Die Gleichverteilung bildet größere Abweichungen vom Referenzzustand häufiger ab (schraffierte Flächen).

Diese Simulation wird um ein UAV-Modell mit den Bewegungsgleichungen aus Abschnitt 4.4.3 ergänzt. Das so vervollständigte Simulink-Modell ist in ein MATLAB-Script eingebettet, das den Anfangszustand des UAV-Modells variiert und das Auftreten zufälliger Ereignisse, wie zum Beispiel Windböen, steuert. Auf diese Weise wird mit jedem neuen Simulationsdurchgang ein anderer Flugverlauf gesampled. Die Anzahl an *samples* bzw. Simulationsdurchgängen wird nachfolgend  $N_{Sample}$  genannt. Abhängig vom festgelegten Windszenario, können sich die Windparameter wenig bis stark ändern, was die Größe des Landebereiches beeinflusst (vgl. Abschnitt 5.1).

Die Parameterschätzung beginnt mit der Wahl eines Referenzzustandes, der im Bahnplaner aus einem konkret betrachteten Pfadsegment hervorgehen würde. Anschließend variiert ein gleichverteilter Zufallszahlengenerator jeden Zustandswert um den Referenzzustand und legt das Verhalten des Windes für jeden Simulationsdurchgang individuell fest. Im Gegensatz zur Normalverteilung ist die Gleichverteilung eine konservativere Abschätzung der Abweichung von Parametern, da größere Abweichungen vom Referenzzustand häufiger auftreten (siehe Abbildung 4.12).

Anschließend startet die Simulation, die dann gestoppt wird, wenn das Fahrzeugmodell den Boden erreicht. Die horizontalen Koordinaten werden als Landeort gespeichert und die nächste Simulation wird vorbereitet. Nach  $N_{Sample}$  Simulationen können die gesampledten Landepunkte in Form eines Streudiagramms angezeigt werden.

Anschließend berechnet die NZZP zum selben Referenzzustand einen Landebereich, dessen Grenzen so festgelegt werden, dass höchstens ein Landepunkt aus  $N_{Sample}$  außerhalb der Ellipse liegen darf. Analog zur Formel 2.23 ergibt sich der Skalierungsfaktor somit zu:

$$k = \left[ -2 \ln \left( \frac{1}{N_{Sample}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.47)$$

Der so skalierte Landebereich wird mit dem Streudiagramm verglichen und über die Variation der Parameter der NZZP wird der Landebereich so angepasst, dass er alle Landepunkte knapp einhüllt. Dieser Vorgang wird mit hoher Variabilität der Anfangsbedingungen einmal in einem Szenario ohne Windstörungen, zur Festlegung der Anfangsunsicherheiten und in einem Szenario mit sehr starken Windstörungen, zur Ermittlung der Störvariablen, durchgeführt. Durch die Betrachtung sehr großer Abweichungen wird eine konservative Abschätzung des Landebereiches und damit ein konservatives Planungsverhalten erreicht.

Abbildung 4.13 zeigt zwei Streudiagramme mit jeweils 2000 Landepunkten, die mit der Monte-Carlo-Simulation berechnet wurden. Der schwarze Kreis markiert in beiden Fällen die Referenzposition des UAVs am Anfang der Simulation, das "x" den Mittelpunkt der Ellipse. Der Skalierungsfaktor des Landebereiches beträgt nach Gleichung 4.47:

$$k = \left[ -2 \ln \left( \frac{1}{2000} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = 3,9 \quad (4.48)$$



Zehn beliebige Trajektorien aus dem rechten Teil der Abbildung 4.13 sind in Abbildung 4.14 zu finden. In Rot ist die störungsfreie Trajektorie der NZZP eingezeichnet, während die blauen Trajektorien aus der Monte-Carlo-Simulation stammen. In der Monte-Carlo-Simulation wird die Massenträgheit des UAVs nicht berücksichtigt, weshalb sich die Windstörungen ungedämpft auf seine Bewegung auswirken. Wegen der Undurchlässigkeit des Bodens sind Turbulenzen in Bodennähe eher aufwärtsgerichtet und reduzieren die Sinkrate des UAVs daher sehr stark. Dies führt zu dem sehr flachen Verlauf der blauen Trajektorien in der gezeigten Abbildung.

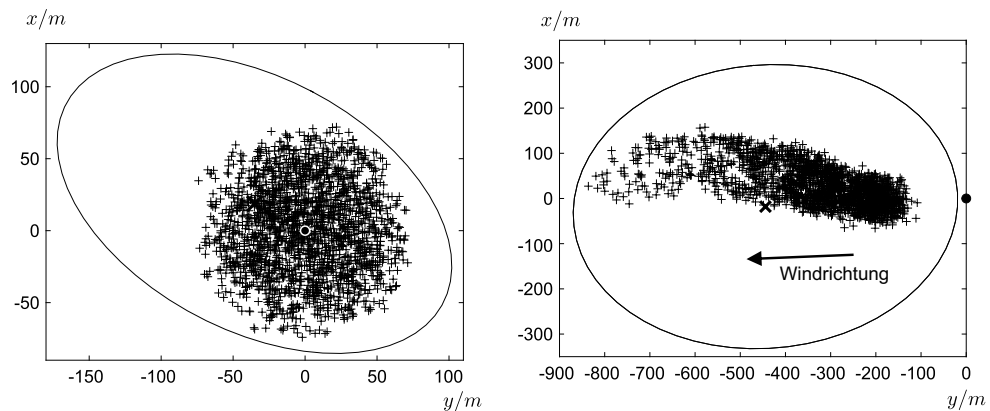


Abbildung 4.13.: Links: Szenario ohne Windeinfluss mit angepasstem Landebereich, rechts: Szenario mit ca. 15 m/s starkem Wind von rechts.

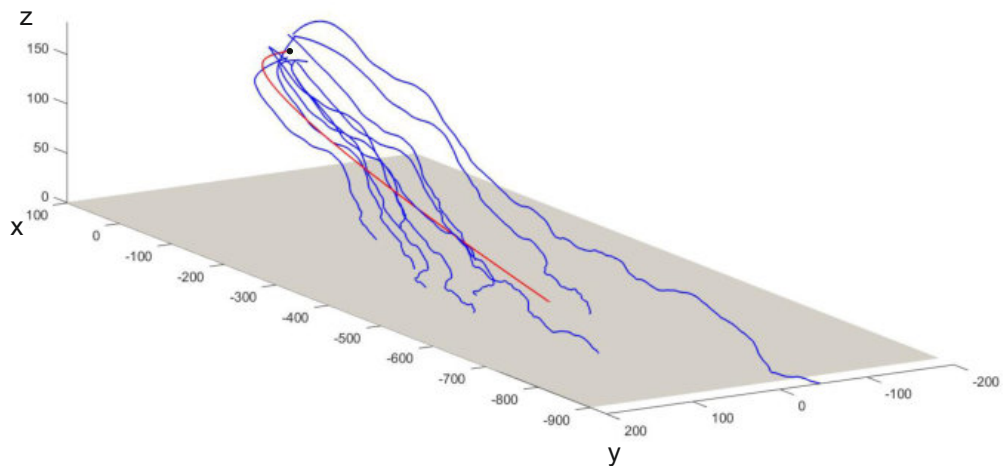


Abbildung 4.14.: Trajektorien aus der Monte-Carlo-Simulation (blau) und der NZZP-Berechnung (rot)

## 5. Auswertung der Ergebnisse

### 5.1. Wirkung von Unsicherheiten und Störungen auf die Pfadplanung

In diesem Abschnitt soll anhand eines einfachen Planungsszenarios gezeigt werden, wie sich verschiedene große Unsicherheiten und Störungen, die bei der Berechnung des Landebereiches genutzt werden, auf das Verhalten des Pfadplaners auswirken können. Das betrachtete Planungsszenario ist der Überflug einer Region mit maximalem Schadenspotential, die geradlinig zwischen Start- und Zielpunkt verläuft und in der Realität eine Landstraße oder Autobahn repräsentieren könnte. Für die Planung des Flugweges wird eine *probabilistic roadmap* verwendet, die zur Berechnung der Kantenkosten die Risiko-Kostenfunktion nutzt. Zur Identifizierung der Einflüsse von Unsicherheiten und Störungen, wird die Pfadplanung für drei verschiedene Sammlungen von Unsicherheits- und Störparametern durchgeführt und die ermittelten Flugpfade miteinander verglichen. Die übrigen Eigenschaften der verwendeten *roadmap* werden während der Untersuchung nicht verändert. Sie besteht in diesem Beispiel immer aus 770 Knoten, 4577 Kanten und wurde in circa 20 Minuten<sup>1</sup> erstellt.

Die erste untersuchte Parametersammlung wurde bereits in Abschnitt 4.6, für einen Fall mit hoher Zustandsunsicherheit und Windvariabilität, bestimmt (siehe Tabelle A.1). Bei Verwendung genauerer Sensorik an Bord des betrachteten UAVs und einer Planung mit geringen Windstörungen, kann beispielsweise mit reduzierten Unsicherheiten gerechnet werden. Daraus wird eine zweite Sammlung definiert, deren zugehörige geringere Unsicherheits- und Störungsparameter empirisch festgelegt wurden. Die verwendeten Parameter sind in Tabelle A.2 im Anhang zu finden. In einer dritten Sammlung wird quasi störungsfrei und ohne Unsicherheiten geplant, indem die Standardabweichungen der Unsicherheiten und Störungen auf ein Tausendstel ihres Wertes nach Tabelle A.1 verringert werden. Damit wird, neben der Planung mit sehr großen Unsicherheiten im ersten Fall, der andere Extremfall betrachtet.

Die Ergebnisse der drei Planungsszenarien sind in Abbildung 5.1 mit Hilfe des Visualisierungstools Cesium<sup>2</sup> dargestellt. Die Dimensionen des Szenarios können aus Abbildung 5.2 entnommen werden. Aus der Rechnung mit sehr großen Unsicherheiten ergibt sich ein sehr großer Landebereich, der in der Abbildung rot umrandet ist und mit dem der ebenfalls rot gefärbte Flugpfad geplant wurde. Aufgrund der Größe des Landebereiches liegt die Straße schon im Landebereich, wenn sich das UAV noch im

<sup>1</sup>Berechnet auf einem Desktop-Computer mit Intel Core i7-2600 CPU @ 3,4 GHz und 8 GB RAM

<sup>2</sup>Cesium ist eine *Open Source* JavaScript-Bibliothek für statische und dynamische 2D und 3D Darstellungen.

Startpunkt befindet. Die Folge ist eine sofortige Ausweichbewegung nach links, die so gestaltet ist, dass sich das UAV etwas von der Straße entfernt. Anschließend wird die Straße in einem möglichst stumpfen Winkel überflogen, so dass die Aufenthaltszeit des UAVs in der Nähe der Straße verringert wird. Ein Überflug im rechten Winkel wird vom Zeitanteil der Kostenfunktion verhindert, da sich dadurch eine Verlängerung des Pfades und damit eine zu große Erhöhung der Wahrscheinlichkeit für eine Flugtermi- nierung ergeben würde.

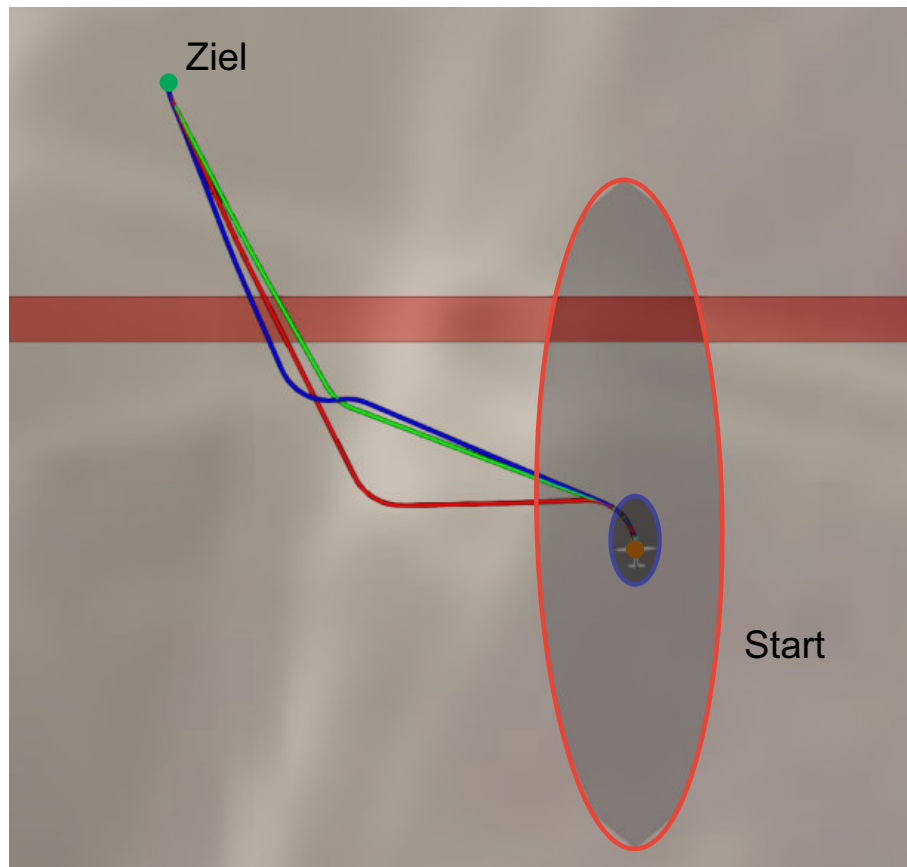


Abbildung 5.1.: Die drei Flugpfade zeigen den Einfluss der Landebereichsgröße auf die Pfad- planung: Großer Landebereich nach Tab. A.1 (rot), kleiner Landebereich nach Tab. A.2 (blau), keine Unsicherheit (grün). Die große Halbachse des großen Landebereiches misst ca. 470 m, die des kleinen Bereiches ca. 57 m. Alle Flugpfade verlaufen in einer Höhe von ca. 135 m über Grund.

Das Planungsszenario mit den verringerten Störungen und Unsicherheiten errechnet einen deutlich kleineren, blau umrandeten Landebereich mit dem zugehörigen blauen Flugpfad. Es ist zu erkennen, dass das UAV näher an die Straße heranfliegen kann, ohne diese zu gefährden und die Ausweichbewegung des UAVs näher an der Straße stattfindet.

Treten praktisch keine Unsicherheiten und Störungen auf, ergibt sich der grüne Flug- pfad und der zugehörige Landebereich reduziert sich auf eine wenige Quadratzen- ti- meter große Fläche. Auch hier wird die Straße in einem stumpfen Winkel überflogen,

aber es fällt auf, dass dies im spitzeften Winkel aller drei betrachteten Pfade erfolgt. Gleichzeitig stellt dieser Pfad den längen- und zeitmäßig kürzesten aller drei Pfade dar. Dies ist ein Indiz dafür, dass der räumliche Anteil des Risikos für diesen Fall ein Optimum erreicht hat und sich der zeitliche Anteil stärker auswirkt. Das Zusammenspiel der verschiedenen Risikoanteile wird daher im folgenden Abschnitt, anhand desselben Beispielszenarios, näher beleuchtet.

## 5.2. Wirkung der Risikoanteile

Um die Wirkungsweisen der verschiedenen Risikoanteile zu untersuchen, wird das Planungsszenario aus dem vorherigen Abschnitt erweitert, indem zusätzlich einzelne Risikoanteile der Kostenfunktion vernachlässigt werden. Die vorgenommenen Variationen der Kostenfunktion sind in der Tabelle 5.1 aufgelistet und die geplanten Flugpfade werden in Abbildung 5.2 verschiedenfarbig dargestellt.

Gestalt der Kostenfunktion	Pfadfarbe	Risiko	Anmerkung
Zeitanteil + räuml. Anteil mit Unsicherheit nach Tab. A.1 + physik. Anteil	rot	100%	Referenz $R = 4,6 \cdot 10^{-9}$
Zeitanteil + räuml. Anteil mit verringerter Unsicherheit nach Tab. A.2 + physik. Anteil	blau	115%	-
Zeitanteil + räuml. Anteil mit verringerter Unsicherheit nach Tab. A.2	violett	621%	-
Zeitanteil + räuml. Anteil mit Unsicherheit nach Tab. A.1	gelb	124%	-
nur Zeitanteil	grün	413%	-

Tabelle 5.1.: Variationen der Risiko-Kostenfunktion

Zusätzlich zur Betrachtung der Flugverläufe, soll die Änderung des Pfadrisikos infolge der veränderten Kostenfunktion ermittelt und verglichen werden. Für den Vergleich darf das Pfadrisiko, das von den verschiedenen Kostenfunktionen ermittelt wird, nicht direkt verwendet werden, da es unter verschiedenen Voraussetzungen berechnet wird. Stattdessen werden die Pfade der verschiedenen Kostenfunktionen von einer Referenzkostenfunktion nachgerechnet. Die so ermittelten Risiken werden anschließend auf das Risiko des Pfades bezogen, der mit der Referenzkostenfunktion geplant wurde. Somit findet die Risikobewertung auf der Basis einer festgelegten Kostenfunktion, unter vergleichbaren Voraussetzungen statt. Als Referenzfunktion dient die vollständige Risiko-Kostenfunktion mit den konservativ abgeschätzten Parametern aus Tabelle A.1. Der Pfadverlauf der Referenzfunktion ist in Abbildung 5.2 in Rot dargestellt.

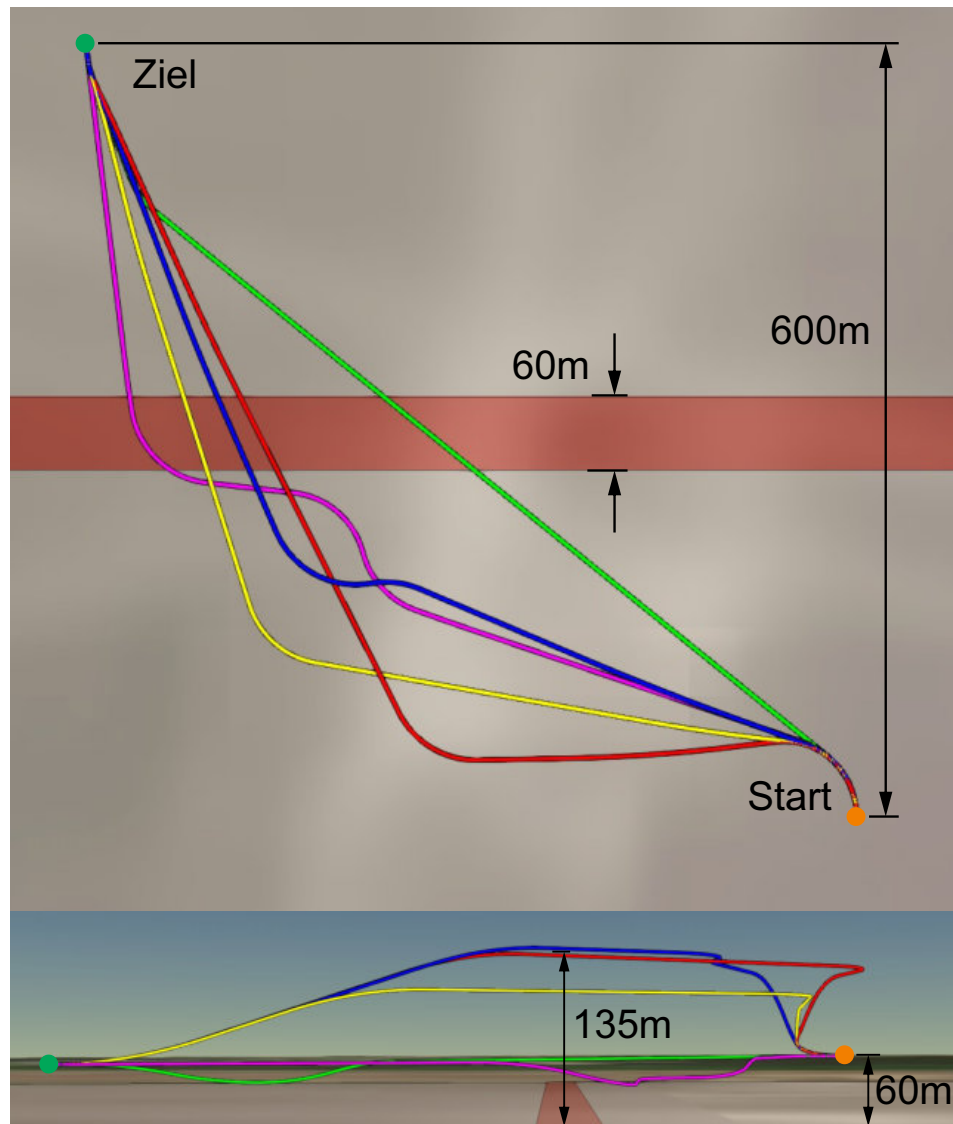


Abbildung 5.2.: Planungseinflüsse der Risikoanteile visualisiert mit Cesium

Die Kostenfunktion des blauen Pfades unterscheidet sich von der Referenzkostenfunktion nur in den Unsicherheitsparametern, die zu einem kleinen Landebereich führen. Dies sorgt für das Heranrücken der Ausweichbewegung des Pfades an die Straße, was bereits im vorherigen Abschnitt erklärt wurde. Die größere Nähe des Pfades zur Straße bewirkt eine leichte Erhöhung des Pfadrisikos im Vergleich zum Referenzrisiko.

Im Höhenprofil aller betrachteten Flugpfade wird deutlich, dass der rote und der blaue Flugpfad die größte Höhe über Grund erreichen. Dies ist auf den Einfluss des physikalischen Anteils zurückzuführen, da eine große Höhe bei der Flugterminierung mit Fallschirm eine maximale Bremswirkung ermöglicht. Dadurch wird die Aufprallenergie reduziert und die Schadenswahrscheinlichkeit ist entsprechend gering.

Im Folgenden wird ihr Anteil aus der Kostenfunktion entfernt, sodass sich der gelbe und der violette Flugverlauf ergeben, die sich vor allem in der Wahl der Flughöhe unterscheiden.

Der gelbe Verlauf wurde mit den größeren Unsicherheiten berechnet und verläuft deutlich höher als der violette Pfad. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der Flug in größerer Höhe, unter sehr variablem Wind, einen sehr großen Landebereich erzeugt. Die Vergrößerung des Landebereiches bewirkt, dass die Straße eine kleinere Trefferwahrscheinlichkeit erhält, während die Wahrscheinlichkeit für eine Landung in der risikoarmen Umgebung steigt. Auf diese Weise wird das Risiko minimiert. Wegen des, im Vergleich zum Flugpfad der Referenzfunktion, leicht geringeren Höhenverlaufs, ist die Aufprallenergie höher, weshalb sich das Risiko um ein Viertel erhöht.

Liegen der Berechnung des Landebereiches die verminderten Unsicherheiten aus Tabelle A.2 zugrunde, ergibt sich der violette Verlauf, der das Risiko durch die Wahl einer besonders geringen Flughöhe vermindert. Der kleine Landebereich hat zur Folge, dass die Straße nur dann gefährdet wird, wenn sich das UAV in unmittelbarer Nähe über ihr befindet. Andernfalls liegt der Landebereich neben der Straße in den Regionen mit geringem Schadenspotential. Der Teil des Flugpfades, auf dem eine Flugterminierung zur Landung auf der Straße führen kann, kann durch die Erzeugung eines noch kleineren Landebereiches weiter reduziert werden. Dieser Effekt ist im Vertikalverlauf des violetten Flugpfades (Abb. 5.2) zu erkennen, da der Pfad vor der Straße deutlich niedriger wird, um in der Nähe der Straße kleinere Landebereiche zu erzeugen. Das Fliegen in geringer Höhe, nahe der Straße, bewirkt jedoch, dass im Falle der Flugterminierung die kinetische Energie von einem Fallschirm nicht mehr ausreichend abgebaut werden kann und das UAV mit hoher Geschwindigkeit auf die Straße aufschlägt. Deshalb hat der violette Flugverlauf ein sechsfach höheres Risiko als der rote Referenzflugpfad.

Werden die räumlichen und physikalischen Anteile der Kostenfunktion vernachlässigt, wird ein rein zeitoptimaler Pfad geplant. Da die Trajektorien für eine konstante Reisefluggeschwindigkeit berechnet werden, ist der zeitoptimale Pfad auch gleichzeitig die räumlich kürzeste Distanz zwischen dem Start- und Zielpunkt. Der entsprechende Pfad ist in Abbildung 5.2 in grüner Farbe dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Straße in geringer Höhe in einem spitzen Winkel überflogen wird. Ersteres bewirkt, wie schon beim violetten Flugpfad erwähnt, eine hohe Schadenswahrscheinlichkeit infolge einer hohen Aufprallenergie. Letzteres verlängert die Aufenthaltszeit des UAVs über der Straße, sodass diese entsprechend länger gefährdet wird. Die Folge ist ein circa vierfach erhöhtes Risiko im Vergleich zum Referenzflugpfad.

### 5.3. Wirkung des Windes auf den Flugpfad

Die Berechnung des Landebereiches mit der NZZP ist in der Lage eine mittlere Windgeschwindigkeit und -richtung bei der Planung des Flugweges zu berücksichtigen. Dies äußert sich darin, dass sich der Landebereich in Windrichtung mit zunehmender Windstärke verschiebt und die Planung des Flugweges dadurch beeinflusst wird,

was in Abbildung 5.3 an einem Beispielszenario verdeutlicht ist. Die Aufgabe in dem Szenario ist es, einen risiko-minimalen Pfad um eine quadratische Region mit sehr hohem Schadenspotential zu planen. Um den Einfluss des Windes zu verdeutlichen, wird die Pfadplanung unter verschiedenen Annahmen zur mittleren Windgeschwindigkeit durchgeführt. Die verwendete *probabilistic roadmap* verfügt über 3267 Knoten, die über 25431 fliegbare Trajektorien miteinander verbunden sind.

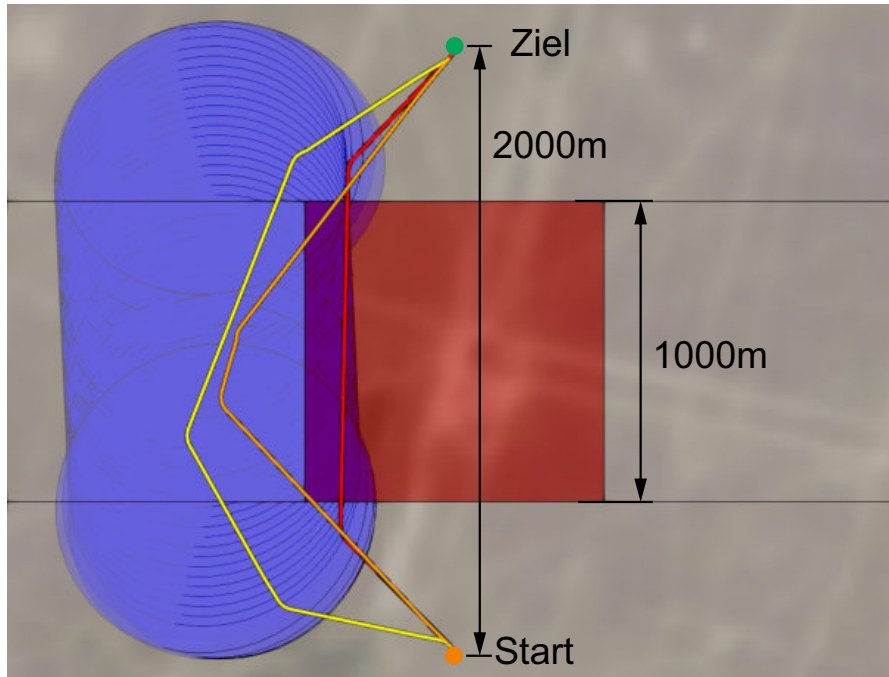


Abbildung 5.3.: Geplante Flugpfade unter verschiedenen Windbedingungen: Gelb: Windstille, orange: 10 m/s Wind von rechts, rot: 17 m/s Wind von rechts. Die Flughöhe aller Pfade beträgt etwa 140 m über Grund. Die eingezeichneten Landebereiche gehören zum Mittelsegment des roten Flugpfades.

Der gelbe Pfad ergibt sich für eine Planung ohne vorhandenen Wind und es ist zu erkennen, dass die Region mit hohem Risiko umflogen wird. Ein mittlerer Wind von 10 m/s von rechts nach links ergibt den orangenen Pfad. Durch die Verschiebung des Landebereiches in Windrichtung, nähert sich der geplante Pfad der Region mit hohem Schadenspotential, wodurch die Flugzeit und somit die Wahrscheinlichkeit einer Flugterminierung verringert wird. Erhöht sich die Windgeschwindigkeit auf 17 m/s, verstärkt sich dieser Effekt, sodass sich der rote Pfad ergibt. Für das geradlinige Mittelstück dieses Pfades sind die zugehörigen Landebereiche eingezeichnet. Es ist zu erkennen, dass der Windversatz nach links dazu führt, dass ein Überflug über die Region mit hohem Schadenspotential nicht zu einer Gefährdung führt, da das Luftfahrzeug mit hoher Wahrscheinlichkeit neben der Region auf dem Boden aufkommt.

Das Beispielszenario zeigt, dass unterschiedliche Windverhältnisse zu unterschiedlichen Pfadverläufen führen können. Die geplanten Pfade sind aber nur dann risiko-minimal, so lange sich die Windverhältnisse nicht signifikant ändern. Am gezeigten Beispiel würde der rote Pfad zu einem sehr großen Risiko führen, sobald der Seitenwind abnimmt und sich der seitliche Versatz derart verringert, dass das UAV in

der Region mit hohem Schadenspotential landet. Daher ist immer dann eine Neuplanung oder Aktualisierung der verwendeten *roadmap* sinnvoll, wenn sich die Windverhältnisse ändern.

## 5.4. Fehler der Trefferwahrscheinlichkeit

Das Verhalten der Berechnung der Trefferwahrscheinlichkeit (siehe Abschnitt 4.4.5), soll nachfolgend anhand einer kurzen Rechnung und eines einfachen Beispiels untersucht werden. Es soll zudem gezeigt werden, dass es zur Unterschätzung der Trefferwahrscheinlichkeit für ein Polygon kommen kann. Für den relativen Fehler der Trefferwahrscheinlichkeit nach Gleichung 4.36 in Bezug zur exakten Lösung  $P_{Treffer,exakt}$  gilt:

$$e_{Treffer,rel} = \frac{P_{Treffer,Polygon} - P_{Treffer,exakt}}{P_{Treffer,exakt}} = \frac{\frac{A_{Polygon}}{A_{MAABB,Polygon}} P_{MAABB} - P_{Treffer,exakt}}{P_{Treffer,exakt}} \quad (5.1)$$

Im Folgenden soll durch einfache Abschätzungen gezeigt werden, dass für  $e_{Treffer,rel}$  eine untere Begrenzung  $e_{Treffer,rel,min}$  existiert und diese nicht positiv ist, die Trefferwahrscheinlichkeit also stets unterschätzt werden kann. Es gilt die folgende Ausgangsgleichung:

$$e_{Treffer,rel} = \frac{\frac{A_{Polygon}}{A_{MAABB,Polygon}} P_{MAABB} - P_{Treffer,exakt}}{P_{Treffer,exakt}} \quad (5.2)$$

Dies führt zu

$$e_{Treffer,rel} + 1 = \frac{A_{Polygon}}{A_{MAABB,Polygon}} \frac{P_{MAABB}}{P_{Treffer,exakt}} \quad (5.3)$$

Die MAABB ist flächenmäßig mindestens genau so groß wie das betrachtete Polygon (vgl. Gleichung 4.35) und hat daher auch eine gleichgroße oder größere Trefferwahrscheinlichkeit. Nutzt man zunächst die Abschätzung für das Verhältnis der Trefferwahrscheinlichkeiten erhält man:

$$e_{Treffer,rel} + 1 = \frac{A_{Polygon}}{A_{MAABB,Polygon}} \frac{\overbrace{P_{MAABB}}^{\geq 1}}{P_{Treffer,exakt}} \geq \frac{A_{Polygon}}{A_{MAABB,Polygon}} \quad (5.4)$$

Mit der Abschätzung des Flächenverhältnisses folgt weiter

$$e_{Treffer,rel} \geq \underbrace{\frac{A_{Polygon}}{A_{MAABB}}}_{\leq 1} - 1 = e_{Treffer,rel,min} \quad (5.5)$$



Somit erhält man die folgende Abschätzung:

$$e_{Tref fer,rel,min} = \frac{A_{Polygon}}{A_{MAABB,Polygon}} - 1 \leq 0 \quad (5.6)$$

Daraus ist ersichtlich, dass die maximale Unterschätzung der Trefferwahrscheinlichkeit nur vom Flächenverhältnis des betrachteten Polygons zu seiner MAABB abhängt. Die Unterschätzung des Risikos kann somit verhindert oder minimiert werden, wenn das betrachtete Polygon und seine MAABB möglichst flächengleich sind.

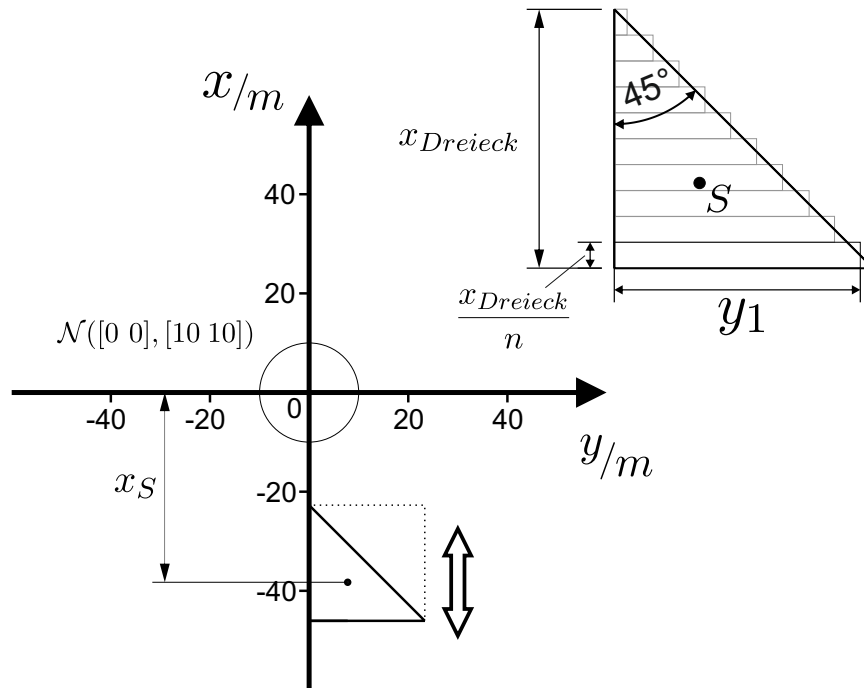


Abbildung 5.4.: Das Dreieck mit der Seitenlänge  $x_{Dreieck} = 10$  m wird entlang der x-Achse verschoben (links). Segmentiertes Dreieck mit beispielhafter Angabe der Segmentmaße (rechts).

Die getroffene Abschätzung soll nun an einem Beispiel validiert werden. Wie im linken Teil in Abbildung 5.4 schematisch dargestellt ist, wird ein gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck entlang der x-Achse durch einen normalverteilten Landebereich bewegt. Auf diese Weise werden verschiedene relative Positionen zwischen einem Polygon und dem Landebereich, die während der Berechnung der Schadensgewichte  $s_{Polygon}$  auftreten können, simuliert und die Differenz der Trefferwahrscheinlichkeit nach Gleichung 4.36 mit einer genaueren Approximation gebildet. Letztere besteht aus der Diskretisierung des Dreiecks in  $n$  streifenförmige Abschnitte (siehe Abbildung 5.4 rechts), für die die Trefferwahrscheinlichkeit nach Formel 2.22 einzeln berechnet wird. Für sehr große  $n$  strebt die Summe der Trefferwahrscheinlichkeit aller Abschnitte gegen  $P_{Tref fer,exakt}$ .

Abbildung 5.5 zeigt den Verlauf der relativen Differenz der beiden Wahrscheinlichkei-

ten, aufgetragen über der Position des Flächenschwerpunktes des Dreiecks. In diesem Fall ist die MAABB des Dreiecks flächenmäßig doppelt so groß wie das Dreieck, so dass nach Gleichung 5.6 gilt:

$$e_{Treff,rel,min} = -\frac{1}{2} \quad (5.7)$$

Wie in Abbildung 5.5 zu sehen ist, nähert sich der Verlauf des relativen Fehlers für große positive  $x_S$  genau dieser Grenze an.

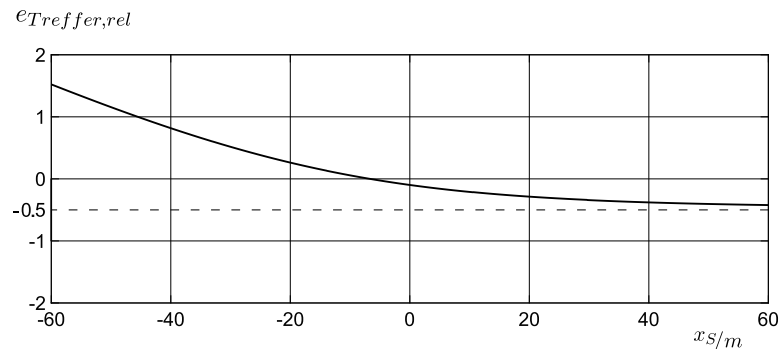


Abbildung 5.5.: Verlauf des relativen Fehlers für  $n = 1000$  und  $1200$  Datenpunkte

## 5.5. Einfluss der Segmentlänge auf die Berechnungsdauer und -genauigkeit

In Abschnitt 4.3 wurde die Segmentlänge für die Diskretisierung eines betrachteten Flugpfades eingeführt, um das veränderliche Risiko entlang des Pfades besser auflösen zu können. Eine Verringerung der Segmentlänge sorgt für eine größere Anzahl von Segmenten auf dem Pfad und es ist zu erwarten, dass das Risiko ab einer bestimmten Segmentlänge konvergiert. Gleichzeitig steigt mit jedem zusätzlichen Segment der Berechnungsaufwand, da für jedes Segment eine neue Kostenrechnung durchgeführt wird. Dadurch steigt die Laufzeit der Kostenberechnung an.

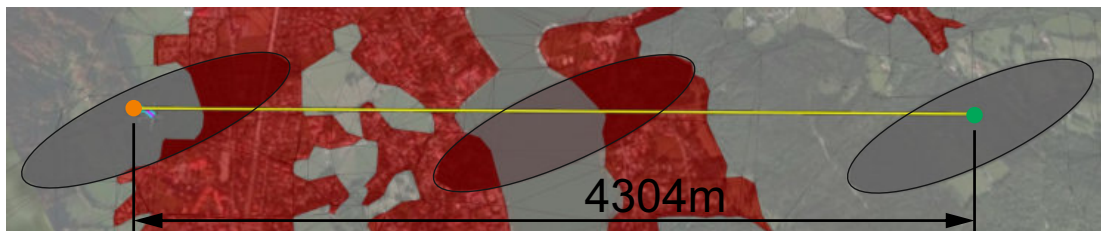


Abbildung 5.6.: Das betrachtete Testszenario beinhaltet den Überflug über Gebiete mit verschiedenen Schadenspotentialen. Das Bild zeigt ein Beispiel für eine schlechte Auflösung des Flugpfades. Dieser wurde in nur drei Segmente unterteilt, weshalb auch drei Landebereiche zu erkennen sind.

Um die Laufzeit der Risikoberechnung zu steigern, soll untersucht werden, ob eine Erhöhung der Segmentlänge zu einer Verringerung der Rechenzeit führt und ab welcher maximalen Segmentlänge, mit einem signifikanten Diskretisierungsfehler im Risiko zu rechnen ist. Zur Untersuchung wird eine einfache Pfadberechnung durchgeführt und das Risiko bzw. die benötigte Rechenzeit bei Variation der Segmentlänge ermittelt. Das Szenario ist in Abbildung 5.6 zu sehen. Darin soll das Risiko für einen linearen Pfad in einer konstanten Höhe von 150 m über Grund geplant werden. Wegen der Linearität des Pfades gestaltet sich die Vorgabe der Segmentlänge besonders einfach. Der Flugpfad ist über 4000 m lang und führt über Regionen mit verschiedenem Schadenspotential, wodurch eine möglichst heterogene Planungsumgebung geschaffen wird. Dieser Effekt wird durch die Triangulation der Risikopolygone in kleine Dreiecke zusätzlich verstärkt.

Der Verlauf der Rechenzeit ist in Abbildung 5.7 über der Segmentlänge in doppellogarithmischer Darstellung eingetragen. Die Auswertung der entstandenen Gerade ergibt den Zusammenhang

$$T = \frac{K_T}{L_{Segment}} \quad (5.8)$$

zwischen der Rechenzeit  $T$  und der Segmentlänge  $L_{Segment}$ . Die Konstante  $K_T$  beträgt in diesem Beispiel  $150 [m \cdot s]$ . Führt man die Anzahl an Segmenten

$$n_{Segmente} = \frac{L_{Pfad}}{L_{Segment}} \quad (5.9)$$

ein und ersetzt damit die Segmentlänge in Gleichung 5.8, erhält man einen linearen Zusammenhang zwischen der Anzahl an Segmenten und der Rechenzeit:

$$T = n_{Segmente} \cdot K_T \cdot L_{Pfad} \quad (5.10)$$

Die Gleichungen 5.8 und 5.10 zeigen, dass die Rechenzeit durch die Wahl der Segmentlänge direkt beeinflusst werden kann.

Das ermittelte Pfadrisiko ist in Abbildung 5.8 über der Segmentlänge aufgetragen. Für sehr kleine Segmente konvergiert das Risiko zu einem Wert von etwa  $4,5 \cdot 10^{-8}$ . Ab einer Segmentlänge von 160 m werden zu wenig Landebereiche erzeugt, um das Schadenspotential am Boden ausreichend aufzulösen, sodass es zu Abweichungen kommt. Eine weitere Erhöhung der Segmentlänge führt zu einer numerischen Instabilität der Rechnung, die ab etwa 350 m deutlich zu erkennen ist.

Damit ist gezeigt, dass die Rechenzeit nicht beliebig durch die Vergrößerung der Rechenzeit verringert werden kann, ohne die Genauigkeit der Risikoberechnung zu verschlechtern.

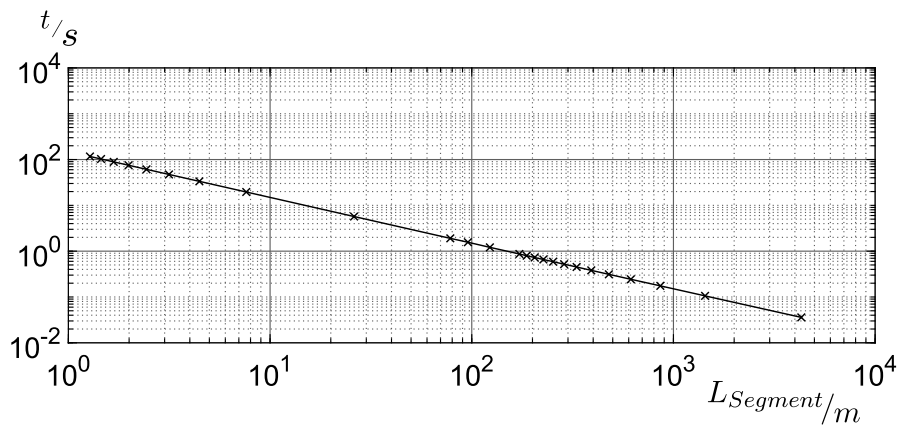


Abbildung 5.7.: Verlauf der Berechnungszeit<sup>3</sup> bei Variation der Segmentlänge in doppellogarithmischer Darstellung

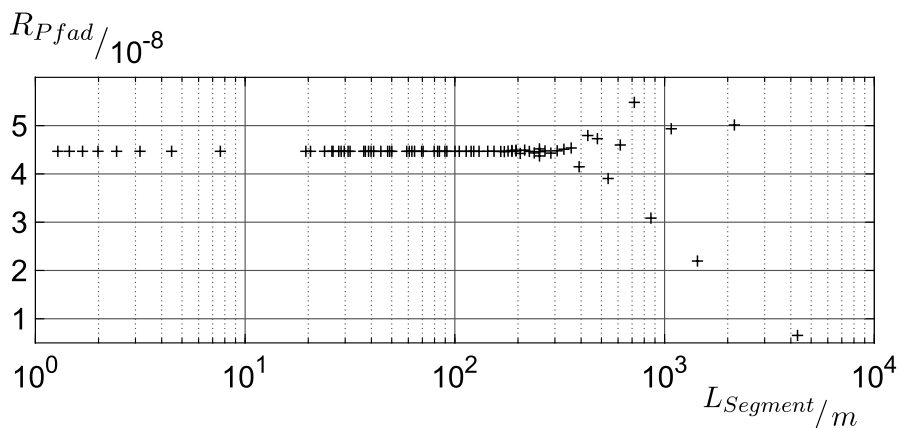


Abbildung 5.8.: Verlauf des Pfadrisikos bei Variation der Segmentlänge. Zur besseren Darstellung ist die Segmentlänge logarithmisch aufgetragen.

## 5.6. Demonstration der risiko-minimalen Pfadplanung an einem realen Beispiel

Zum Abschluss der Arbeit soll die entwickelte Kostenfunktion für die Planung einer Flugstrecke in einem realistischen Szenario verwendet werden. Den Planungsraum bildet die nähere Umgebung des in den Bayerischen Alpen gelegenen Tegernsees, für die ein detailliertes Höhenmodell und eine Schadenspotentialkarte verfügbar sind. Die Planungsaufgabe besteht darin, einen Transport von der westlichen Uferseite des Sees zur gegenüberliegenden östlichen Uferseite mit dem Luftfahrzeug Prometheus durchzuführen. Die Reisefluggeschwindigkeit soll 35 m/s (126 km/h) betragen. Da sich am Seeufer viele Ferienhäuser befinden, liegen die Start- und Landepunkte einige hundert Meter vom Ufer entfernt, auf den umliegenden Bergen und sind circa 6100 m Luftlinie voneinander entfernt. Der Flug soll an einem sommerlichen Tag durchgeführt werden, so dass mit der Anwesenheit vieler Badegäste und Boote auf dem See zu

<sup>3</sup>Berechnet auf einem Desktop-Computer mit Intel Core i7-2600 CPU @ 3,4 GHz und 8 GB RAM

rechnen ist. Deshalb wird dem See ein entsprechend hohes Schadenspotential zugewiesen. Ein noch höheres Potential haben die umliegenden Ortschaften, die es zu meiden gilt.

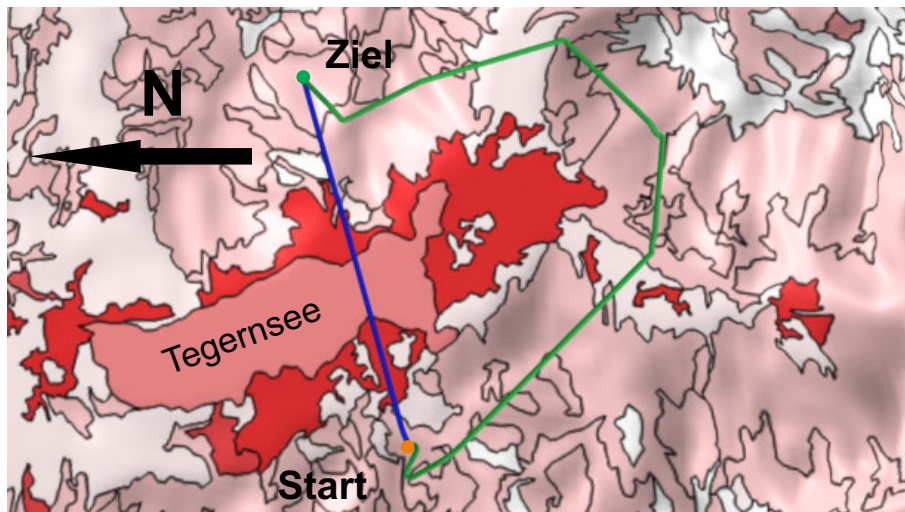


Abbildung 5.9.: Draufsicht auf das Tegernseeszenario, der risiko-minimale Flugpfad ist in Grün, der zeitoptimale Pfad in Blau eingezeichnet.

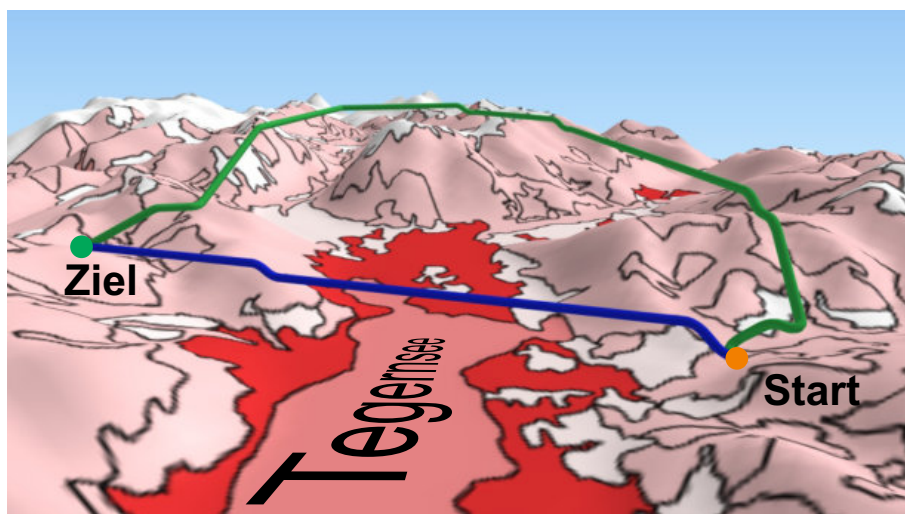


Abbildung 5.10.: Seitenansicht auf das Szenario, Blickrichtung Süden

Zur Lösung der Planungsaufgabe wird wieder eine *probabilistic roadmap* erstellt. Damit dem Planer eine ausreichende Anzahl an Pfaden zur Verfügung steht, deckt die *roadmap* einen 120 Quadratkilometer großen Bereich rund um den circa acht Quadratkilometer großen See ab. Zudem kann bis zu einer Flughöhe von 2000 m über dem Meeresspiegel geplant werden, sodass theoretisch alle Berge in der Nähe des Sees deutlich überflogen werden können. Die erzeugte *roadmap* verfügt über 1427 Knoten, die über 5973 Kanten miteinander verbunden sind.

Das Ergebnis der Pfadplanung ist in den Abbildungen 5.9 und 5.10 zu sehen. Damit das Höhenprofil der Alpen besser dargestellt werden kann, wurden beide Abbildungen mit Hilfe der Open-Source-Software QGIS<sup>4</sup> erzeugt. Darin ist zu erkennen, dass der risiko-minimale Pfad, in grüner Farbe eingezeichnet, nicht direkt über den See führt, sondern stattdessen über die umliegenden, unbesiedelten Berge ausgewichen wird. Der Höhenverlauf des Pfades passt sich weitgehend dem des überflogenen Geländes an, damit einerseits genug Höhe für die Bremswirkung des Fallschirms zur Verfügung steht und andererseits der Landebereich so klein wie möglich gehalten wird. Das Pfadrisiko beträgt  $2,58 \cdot 10^{-8}$ , die Flugzeit etwa sechseinhalb Minuten. Zum Vergleich ist in beiden gezeigten Abbildungen der zeitoptimale Pfad, der direkt über den See führt, in blauer Farbe eingezeichnet. Dessen Flugzeit ist mit etwa drei Minuten weniger als halb so lang, hat mit einem Wert von  $5,29 \cdot 10^{-8}$  jedoch ein etwa zweifach erhöhtes Risiko.

---

<sup>4</sup>QGIS ist ein Geoinformationssystem, mit dessen Hilfe Vektor- und Rasterdaten u.a. aufbereitet und betrachtet werden können.

## 6. Zusammenfassung und Ausblick

Ausgehend vom konkret betrachteten Fall der Terminierung eines autonom durchgeführten Fluges durch einen Rettungsfallschirm, konnte in dieser Arbeit eine Methode entwickelt werden, die die daraus resultierende Gefährdung für Personen am Boden minimiert. Dies geschieht, indem das Risiko für vorgeplante Flugwege von einer Kostenfunktion geschätzt wird, so dass sie von einem Planungsalgorithmus für einen risiko-minimal geplanten Pfad genutzt werden kann. Die Kostenfunktion berechnet das Risiko aus drei verschiedenen Anteilen, die die zeitlichen, räumlichen und physikalischen Faktoren der Flugterminierung berücksichtigen. Weitere Einflüsse, wie der mittlere Wind oder die Masse des betrachteten UAVs, werden ebenfalls beachtet und können einfach an veränderte Gegebenheiten angepasst werden.

Für die Vorhersage möglicher Trajektorien des Fluggerätes nach der Flugterminierung, wurde eine normalverteilte zeitdiskrete Zustandsprädiktion (NZZP) verwendet, die einen normalverteilten Landebereich errechnet. Die Gestalt dieses Landebereichs wurde mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation derart abgeschätzt, sodass dieser, zusammen mit einer Information über die Schadenswerte am Boden, den räumlichen Anteil des Risikos konservativ beziffert. Die Schadenswerte wurden durch eine normierte Schadenspotentialkarte erfasst.

Abschließend wurde die geschaffene Kostenfunktion im MiPIEx-Planungsframework des Instituts für Flugsystemtechnik am DLR in Braunschweig eingesetzt. Dort diente sie zur Berechnung der Kantenkosten einer *probabilistic roadmap*. Mit ihr konnten anhand einfacher Beispielszenarien verschiedene Eigenschaften der Kostenfunktion untersucht und zudem die risiko-minimale Bahnplanung in einem realen Planungsszenario demonstriert werden.

Weiterführende Arbeiten können sich mit der Validierung der Risikoberechnung beschäftigen. Beispielsweise indem nachgewiesen oder widerlegt wird, dass der Landebereich normalverteilt ist, bzw. welchen Fehler die Verwendung der Normalverteilung hervorruft. Dies könnte durch eine Monte-Carlo-Simulation geschehen, die dann nicht mehr zur Parameterschätzung der NZZP verwendet wird. Des Weiteren könnte man die Genauigkeit der Risikoberechnung erhöhen, indem bessere Berechnungsverfahren für die Trefferwahrscheinlichkeit, wie beispielsweise in [DH80] beschrieben, eingesetzt werden.

Eine weitere Möglichkeit zur Steigerung der Genauigkeit wäre die Verwendung detaillierter kinematischer Gleichungen und mehr Zustandsgrößen zur Beschreibung des betrachteten Luftfahrzeugmodells. Zusätzlich könnten weitere Terminierungsverfahren bzw. Fehlerfälle simuliert und ausgewertet werden. Eine weitere Verbesserung der Aussagefähigkeit des berechneten Risikos wäre die Erweiterung der Schadens-

potentialkarte um mehr Informationen zu den Schadenswerten am Boden, beispielsweise durch Daten zur Bevölkerungsdichte oder Standorte von sicherheitskritischen Objekten, wie Kraftwerke, Hauptverkehrswege, Fußballstadien und andere Versammlungsorte.

Neben der vorgestellten Laufzeitoptimierung durch die Anpassung der Segmentlänge (vgl. Abschnitt 5.5) könnten die Ergebnisse der NZZP durch die Nutzung von Transferfunktionen (vgl. [PR09]) oder vorberechnete Lookup-Tabellen wiederverwendet werden, so dass sich die Laufzeit der Risikoberechnung weiter verkürzt.

Zuletzt könnte eine Gewichtungsfunktion für die verschiedenen Risikoanteile dafür verwendet werden, die Kostenfunktion für ein gewünschtes Planungsverhalten abzustimmen.



# Literatur

- [AA11] Florian-M. Adolf und Franz Andert. “Rapid Multi-Query Path Planning For A Vertical Take-Off and Landing Unmanned Aerial Vehicle”. In: *Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication* 8.11 (2011), S. 310–327. ISSN: 1542-9423.
- [Bab13] Luitpold Babel. “Three-dimensional Route Planning for Unmanned Aerial Vehicles in a Risk Environment”. In: *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 71.2 (2013), S. 255–269. ISSN: 0921-0296.
- [BAL11] Rudolf Brockhaus, Wolfgang Alles und Robert Luckner. *Flugregelung*. 3., neu bearb. Aufl. Berlin und Heidelberg: Springer, 2011. ISBN: 9783642014420.
- [Bei15] Lars Meender Beister. “Semantic Path Planning for Sparse Free Space Graphs for an Unmanned Rotorcraft”. Master thesis. Technische Universität Braunschweig, 2015.
- [Cas+16] Thomas Castelli u. a. *Autonomous navigation for low-altitude UAVs in urban areas*. 2016.
- [DH80] A. R. Didonato und R. K. Hageman. *Computation of the Integral of the Bivariate Normal Distribution*. Hrsg. von Naval Surface Weapons Center. 1980.
- [Dij59] Edsger W. Dijkstra. “A Note on Two Problems in Connexion with Graphs”. In: *Numerische Mathematik I*. 1959, S. 269–271.
- [Dub57] L. E. Dubins. “On Curves of Minimal Length with a Constraint on Average Curvature, and with Prescribed Initial and Terminal Positions and Tangents”. In: *American Journal of Mathematics* 79.3 (1957), S. 497. ISSN: 00029327.
- [DVP] Konstantinos Dalamagkidis, Kimon P. Valavanis und Les A. Piegl. “Evaluating the Risk of Unmanned Aircraft Ground Impacts”. In: *16th Mediterranean Conference on Control and Automation*, S. 709–716.
- [Eur16] European Aviation Safety Agency, Hrsg. *Explanatory Note on ‘Prototype’ Commission Regulation*. 2016.
- [FGQ11] Luca de Filippis, Giorgio Guglieri und Fulvia Quagliotti. “A Minimum Risk Approach for Path Planning of UAVs”. In: *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 61.1-4 (2011), S. 203–219. ISSN: 0921-0296.
- [Gee04] Hans Peter Geering. *Regelungstechnik: Mathematische Grundlagen, Entwurfsmethoden, Beispiele*. Sechste, neu bearbeitete und ergänzte Auflage. Springer-Lehrbuch. Berlin und Heidelberg: Springer, 2004. ISBN: 3-540-40507-0.

- [Gen92] Alan Genz. "Numerical computation of multivariate normal probabilities". In: *Journal of computational and graphical statistics*. Bd. 1. 1992, S. 141–149.
- [Ger17] Mario Gerdes. "Entwicklung einer effizienten und flexiblen Geodatenbank für die Flugbahnplanung von tieffliegenden UAVs". Masterarbeit. Universität Osnabrück, 2017.
- [HKR] T. C. Hu, Andrew B. Kahng und Gabriel Robins. "Optimal Robust Path Planning in General Environments". In: *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS AND AUTOMATION*, VOL. 9, S. 775–784.
- [HNR] Peter E. Hart, Nils J. Nilsson und Bertram Raphael. "A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths". In: *IEEE Transactions of Systems, Science and Cybernetics*, Vol. SSC-4, No. 2.
- [HOA16] Alec J. ten Harmsel, Isaac J. Olson und Ella M. Atkins. "Emergency Flight Planning for an Energy-Constrained Multicopter". In: *Journal of Intelligent & Robotic Systems* (2016). ISSN: 0921-0296.
- [Hoo84] Wayne E. Hoover. *Algorithms For Confidence Circles and Ellipses: NOAA Technical Report NOS 107 C&GS 3*. Hrsg. von National Oceanic and Atmospheric Administration. 1984.
- [Hua] Jonathan Huang. *Gauss-Markov Models*.
- [Joi16] Joint Authorities for Rulemaking of Unmanned Systems, Hrsg. *JARUS guidelines on Specific Operations Risk Assessment (SORA)*. 2016.
- [Kál] Rudolf Emil Kálmán. "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems". In: *Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering*. Bd. 82 (Series D), S. 35–45.
- [Kav+96] L. E. Kavraki u. a. "Probabilistic roadmaps for path planning in high-dimensional configuration spaces". In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 12.4 (1996), S. 566–580. ISSN: 1042296X.
- [LaV06] Steven Michael LaValle. *Planning algorithms*. Cambridge und New York: Cambridge University Press, 2006. ISBN: 0521862051.
- [LSH] Brandon D. Luders, Ian Sugel und Jonathan P. How. "Robust Trajectory Planning for Autonomous Parafoils under Wind Uncertainty". In: *AIAA Info-tech@Aerospace (I@A) Conference*. DOI: 10.2514/6.2013-4584.
- [MT16] Anirudha Majumdar und Russ Tedrake. *Funnel Libraries for Real-Time Robust Feedback Motion Planning*. 2016. URL: <http://arxiv.org/pdf/1601.04037v2>.
- [Mül15] Klaus-Rainer Müller. *Handbuch Unternehmenssicherheit: Umfassendes Sicherheits-, Kontinuitäts- und Risikomanagement mit System*. 3., aktualisierte und erweiterte Auflage. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2015. ISBN: 978-3-658-10150-3.
- [NSA13] Moritz Niendorf, Fabian Schmitt und Florian Adolf. "Multi-query Path Planning for an Unmanned Fixed-Wing Aircraft". In: *AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2013. ISBN: 978-1-62410-224-0.

- [PR09] Samuel Prentice und Nicholas Roy. *The Belief Roadmap: Efficient Planning in Belief Space by Factoring the Covariance*. 2009.
- [Sec01] Secretariat Range Commanders Council U.S. Army White Sands Missile Range, Hrsg. *Range Safety Criteria For Unmanned Air Vehicles: Rationale And Methodology Supplement*. 2001.
- [SP15] Simon Schopferer und Thorsten Pfeifer. "Performance-Aware Flight Path Planning for Unmanned Aircraft in Uniform Wind Fields". In: (2015).
- [Sül13] Hans Philipp Sültrop. "Implementierung und Bewertung eines ortsverteilten Windmodells für die Störungssimulation unbemannter Luftfahrzeuge". Bachelorarbeit. Braunschweig: Technische Universität Braunschweig, 2013.
- [Ted10] Russ Tedrake. *LQR-Trees: Feedback Motion Planning on Sparse Randomized Trees*. 2010.
- [TG08] Terejanu und Gabriel A. "Extended Kalman Filter Tutorial". Tutorial. Buffalo, NY: University at Buffalo, 2008.
- [Wag70] Klaus Wagner. *Graphentheorie*. Bd. 248/248a. BI-Hochschultaschenbücher. Mannheim, Wien und Zürich: Bibliographisches Inst, 1970.
- [WLH97] Tien-Tsin Wong, Wai-Shing Luk und Pheng-Ann Heng. "Sampling with Hammersley and Halton Points". In: *Journal of Graphics Tools* 2.2 (1997), S. 9–24. ISSN: 1086-7651.
- [Wyl01] Tim Wyllie. "Parachute recovery for UAV systems". In: *Aircraft Engineering and Aerospace Technology* 73.6 (2001), S. 542–551. ISSN: 0002-2667.

# A. Anhang

## A.1. Zahlenwerte der verwendeten Parameter

Parameter	Symbol	Wert	Einheit
Masse des UAVs	$m$	25	kg
Widerstandsbeiwert des Fallschirms	$c_{D,Para}$	1,75	-
Referenzfläche des geöffneten Fallschirms	$S_{Para}$	30	$m^2$
Verzögerungszeit der Fallschirmöffnung	$T_{Para}$	20	$sec$
maximale Bahngeschwindigkeit	$V_{K,max}$	50	$\frac{m}{s}$
Wahrscheinlichkeit für kritischen Fehler	$P_{CF}$	$10^{-2}$	$\frac{1}{h}$
Landewahrscheinlichkeit	$P_{Land}$	$1 - 10^{-3}$	-
Trefferwahrscheinlichkeit für Landebereich	$P_{Treffer, LB}$	$1 - 10^{-6}$	-
Zeitschritt	$\Delta t$	0,1	$sec$
Faktor für horizontale Windschwankungen	$\delta_W$	4	-
Faktor für vertikale Windschwankungen	$\epsilon_W$	4	-
Anfangswert für			
horizontale Positionsunsicherheit	$\sigma_{x,0}, \sigma_{y,0},$	5	$m$
vertikale Positionsunsicherheit	$\sigma_{z,0}$	5	$m$
Unsicherheit der Fluggeschwindigkeit	$\sigma_{V_A,0}$	45	$\frac{m}{s}$
Unsicherheit der vertikalen Flugbahn	$\sigma_{\gamma_A,0}$	0,05	$rad$
Unsicherheit der horizontalen Flugbahn	$\sigma_{\chi_A,0}$	0,55	$rad$
Unsicherheit der stationären Windgeschwindigkeit	$\sigma_{V_W,0}$	47	$\frac{m}{s}$
Unsicherheit der stationären vertikalen Windrichtung	$\sigma_{\gamma_W,0}$	0,1	$rad$
Unsicherheit der stationären horizontalen Windrichtung	$\sigma_{\chi_W,0}$	1,8	$rad$
Standardabweichung der Windschwankung	$\sigma_{b_x,0}, \sigma_{b_y,0}, \sigma_{b_z,0}$	1	$\frac{m}{s}$
kin. Energie für 50 % Letalitätsrate	$\alpha$	10.000	$J$
kin. Energie für tödl. Verletzung ungeschützter Personen	$\beta$	2.000	$J$
Schutzparameter	$p_s$	0,1	—
maximale Segmentlänge	$L_{max}$	10	$m$
maximale laterale Segmentabweichung	$h_{max}$	0,7	$m$

Tabelle A.1.: Verwendete Parameter nach konservativer Abschätzung, unter anderem mit der Monte-Carlo-Simulation

Parameter	Symbol	Wert	Einheit
Faktor für horizontale Windschwankungen	$\delta_W$	1	-
Faktor für vertikale Windschwankungen	$\epsilon_W$	1	-
Anfangswert für			
horizontale Positionsunsicherheit	$\sigma_{x,0}, \sigma_{y,0}$	1	$m$
vertikale Positionsunsicherheit	$\sigma_{z,0}$	5	$m$
Unsicherheit der Fluggeschwindigkeit	$\sigma_{V_A,0}$	6	$\frac{m}{s}$
Unsicherheit der vertikalen Flugbahn	$\sigma_{\gamma_A,0}$	0,1	$rad$
Unsicherheit der horizontalen Flugbahn	$\sigma_{\chi_A,0}$	0,15	$rad$
Unsicherheit der stationären Windgeschwindigkeit	$\sigma_{V_W,0}$	6	$\frac{m}{s}$
Unsicherheit der stationären vertikalen Windrichtung	$\sigma_{\gamma_W,0}$	0,1	$rad$
Unsicherheit der stationären horizontalen Windrichtung	$\sigma_{\chi_W,0}$	0,4	$rad$

Tabelle A.2.: Parameter für Risikorechnung mit verringerten Unsicherheiten; die Tabelle zeigt nur die geänderten Variablen aus der Tabelle A.1.

## A.2. Monte-Carlo-Simulation

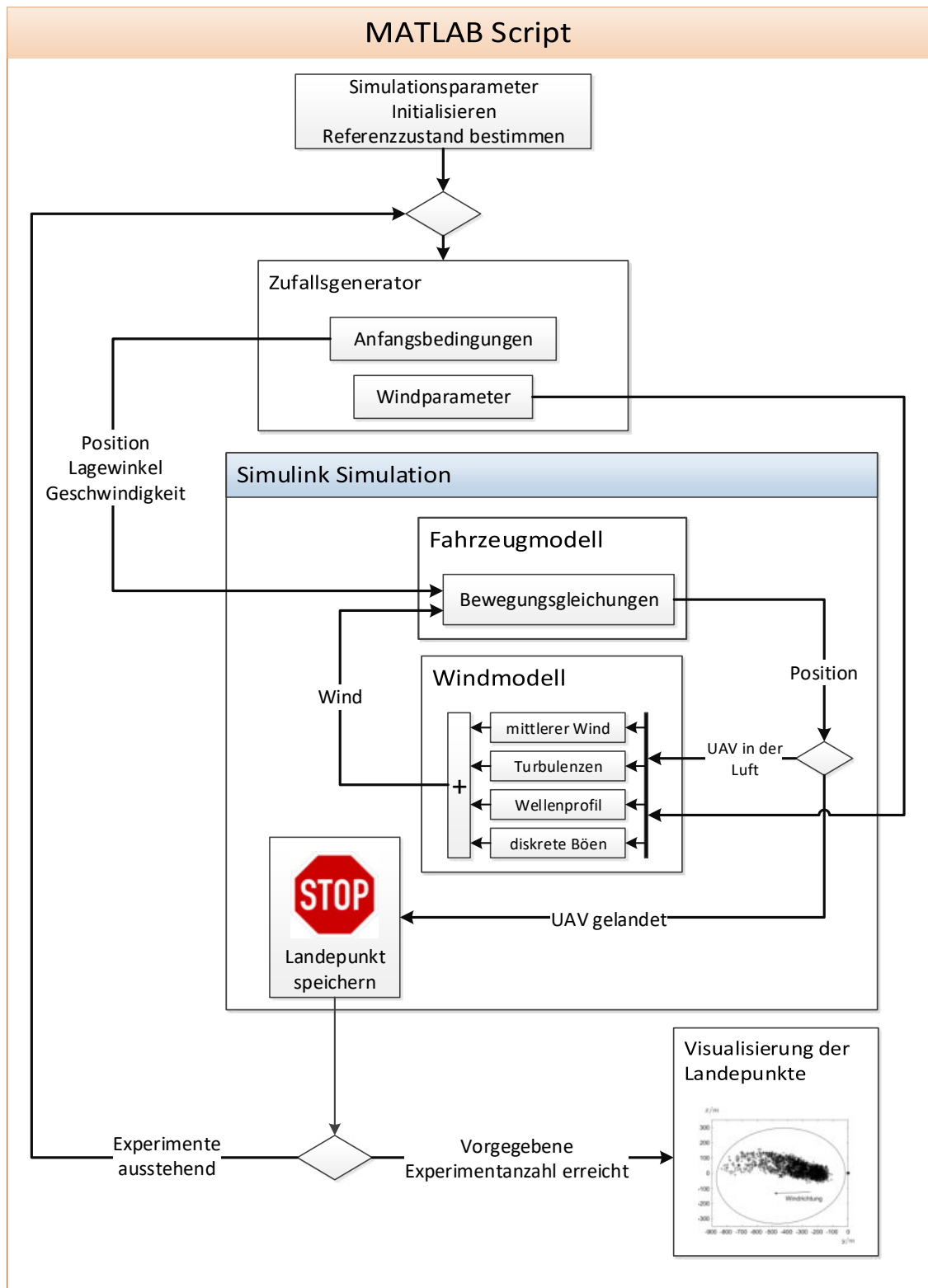


Abbildung A.1.: Prozessdiagramm der Monte-Carlo-Simulation